

سلسلة الامتياز



في

الرياضيات

للصف الثاني الإعدادي

إعداد/

الأستاذ/وليد محمد عكاشة

ت/ ٠١٠٠٢٠٩٧٨٦٦

نسخة مجانية توزع على طلبة المجموعات المدرسية

الوحدة الأولى
التحليل

* تحليل المقدار الثلاثي

[1] الحالة الأولى:

$س^2 + ب س + جـ$

الخطوات

[1] نحلل المقدار الأول والأخير في قوسين

[2] نضع الإشارة حسب قاعدة الإشارات

* قاعدة الإشارات

← إذا كان الأخير (+) موجب
- تكون الإشارتان مثل إشارة الأوسط

← إذا كان الأخير (−) سالب
- تكون الإشارتان مختلفتان الأكبر مثل الأوسط والآخر عكسه

مثال [1]

حلل كلاً مما يأتي

(1) $س^2 + 4س + 3$ (3 عددان ضربهم 3 وجمعهم 4، 1×3)

الحل = $(س + 1)(س + 3)$

(2) $س^2 - 7س + 12$ (عددان ضربهم 12 وجمعهم 7، 3×4)

$= (س - 3)(س - 4)$

(3) $س^2 + 7س - 18$ (عددان ضربهم 18 وطرحهم 7، 2×9)

$= (س - 2)(س + 9)$

(4) $س^2 - س - 20$ (عددان ضربهم 20 وطرحهم 1، 4×5)

$= (س + 4)(س - 5)$

[5] $س^2 - 8س + 12$
$= (س - 2)(س - 6)$

[6] $س^2 + 7س ص - 18 ص^2$
$(س - 2ص)(س + 9ص)$

[7] $7س^3 - 14س^2 - 21س$
$= 7س(س^2 - 2س - 3)$
$= 7س(س - 3)(س + 1)$

[8] $س^3 - 3س^2 - 28س$
$س(س^2 - 3س - 28)$
$س(س + 4)(س - 7)$

[9] $5س^2 - 10س - 15$
$5(س^2 - 2س - 3)$
$= 5(س - 3)(س + 1)$

[10] $3س - س^2 + 10 = -س^2 - 3س - 10$
$= (س + 2)(س - 5)$

[11] $أ(أ + 7) + 6$
$= أ^2 + 7أ + 6$
$= (أ + 6)(أ + 1)$

مثال [2] أوجد قيمة ب التي تجعل ما يأتي قابلاً للتحليل

(1) $س^2 + ب س - 8$

ب تساوي الفرق بين عددين ضربهم 8

$2 \times 4 = 8$ الفرق بينهم [2]

$1 \times 8 = 8$ الفرق بينهم [7]

∴ ب يمكن أن تساوي 2 أو 7

∴ $ب = \pm 2$ أ، $ب = \pm 7$

(2) $س^2 - ب س + 6$

ب هي مجموع عددين ضربهم 6

$2 \times 3 = 6$ مجموعهم [5]

$1 \times 6 = 6$ مجموعهم [7]

∴ $ب = \pm 5$ ، $ب = \pm 7$

مثال ٣ أوجد قيمة جـ التي تجعل المعادلة $س^{٢} + ٥س + جـ$ قابلة للتحليل : **الحل**

نبحث عن رقمين مجموعهم ٥

فتكون جـ = حاصل ضرب هذين الرقمين

مثلاً $٤ + ١ = ٥ \Leftarrow جـ = ٤ \times ١ = ٤$

$-١ + ٦ = ٥ \Leftarrow جـ = -١ \times ٦ = -٦$

$-٢ + ٧ = ٥ \Leftarrow جـ = -٢ \times ٧ = -١٤$

وهكذا ....

∴ بعض قيم جـ هي ٤ ، -٦ ، -١٤

تمارين (١)
(على الحالة الأولى)

١ أكمل ما يأتي

(١) $س^{٢} + ١٥س + ٥٠$
$= (س + ...)(س + ...)$

(٢) $س^{٢} - ١٠س + ١٦$
$= (.... - ....)(.... - ....)$

(٣) $س^{٢} - ٨س - ٩$
$= (.... - ....)(.... + ...)$

(٤) $س^{٢} + ... + ٤٥$
$= (.... + ٩)(س + ...)$

٥ إذا كان $(س + ٣)$ أحد عوامل المقدار $س^{٢} + ٩س + ١٨$ فإن العامل الآخر = ...

٦ إذا كان $س + ٢ص = ٤$ ، $س + ٣ص = ٥$ فإن $س^{٢} + ٥س ص + ٦ص^{٢} = ...$

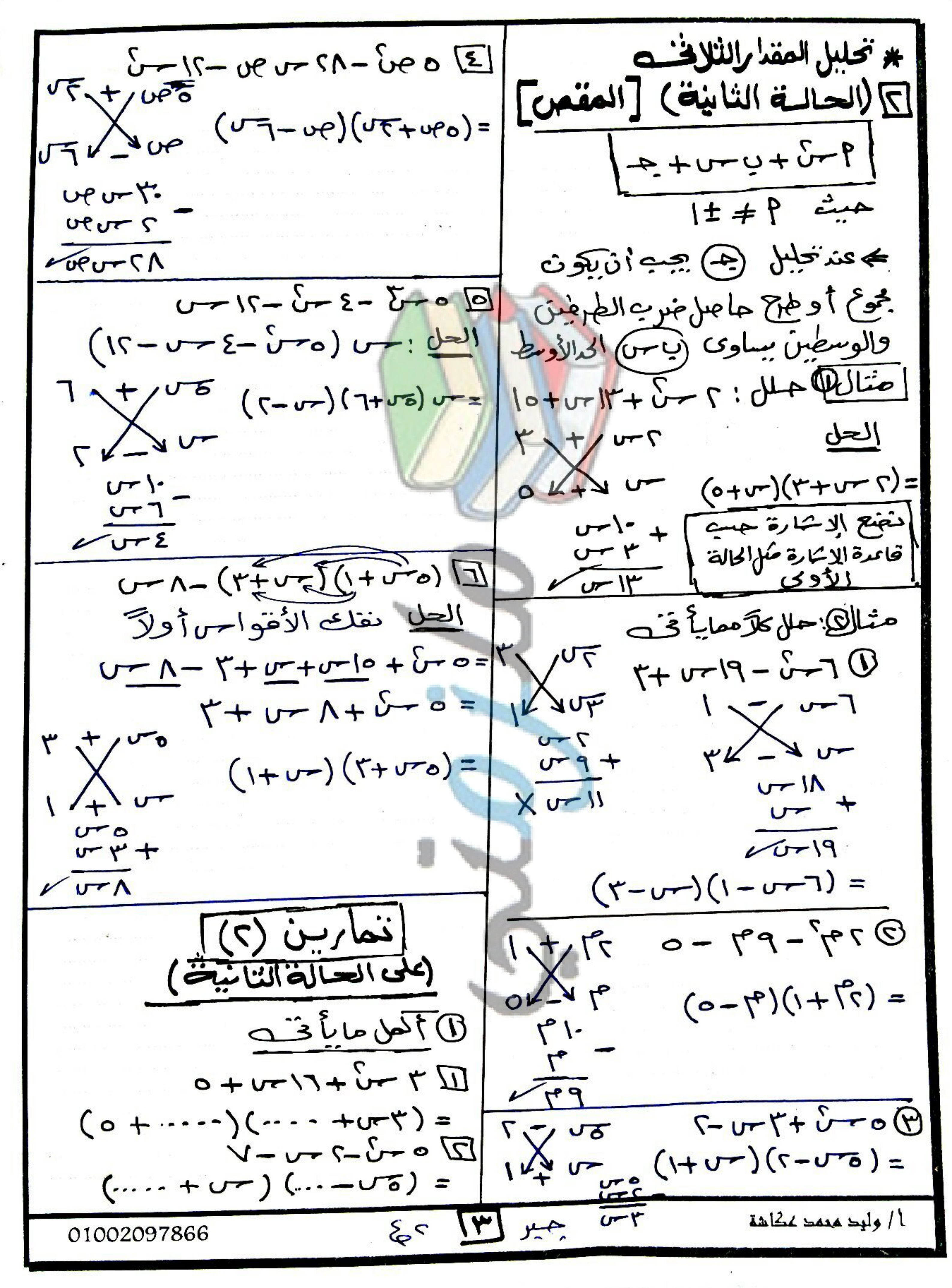
٧ إذا كان $س + ٤ص = ٦$ ، $س^{٢} + ٩س ص + ٢٠ص^{٢} = ٢٤$ فإن $س + ٥ص = ...$

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً تاماً :

(١) $س^{٢} + ٥س + ٦$
(٢) $س^{٢} + ١١س + ١٠$
(٣) $س^{٢} + ٧س + ١٢$
(٤) $س^{٢} - ٢١س + ٢٠$
(٥) $س^{٢} + ٢س - ١٥$
(٦) $س^{٢} - ٦س - ٤٠$
(٧) $س^{٢} + ٥س - ٢٤$
(٨) $ص^{٢} - ٢٠ص + ٥١$
(٩) $ص^{٢} - ٥٠ص - ٥١$
(١٠) $ب^{٢} + ٣ب جـ - ١٠جـ^{٢}$
(١١) $س^{٢} - ٥س ص - ٢٤ص^{٢}$
(١٢) $س^{٢} - ١٥س ص + ٣٦ص^{٢}$
(١٣) $س(س + ٤) - ٦٠$
(١٤) $أ^{٤} + أ^{٢}ب^{٢} - ٥٦ب^{٤}$
(١٥) $٦ + ص^{٢} + ٥ص$
(١٦) $س + س^{٢} - ٦$
(١٧) $٣س^{٢} - ١٥س + ١٢$
(١٨) $٣س^{٣} - ١٨س^{٢} - ٤٨س$

٣ أوجد قيم جـ الممكنة أو بعضها لكي يكون المقدار قابلاً للتحليل (جـ ∈ ص)

(١) $س^{٢} + جـ س - ١٥$
(٢) $ص^{٢} - جـ ص + ٢٩$
(٣) $س^{٢} - ٧س + جـ$
(٤) $أ^{٢} + أ - جـ$



* تحليل المقدار الثلاثي

[٢] (الحالة الثانية) [المقص]

$أ س^{٢} + ب س + جـ$

حيث $أ \neq \pm ١$

≪ عند تحليل (جـ) يجب أن يكون مجموع أو طرح حاصل ضرب الطرفين والوسطين يساوي (ب س) الحد الأوسط

مثال (١) حلل: $٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥$

الحل

٢ س + ٣ ، س + ٥

١٠ س + ٣ س = ١٣ س

$= (٢ س + ٣)(س + ٥)$

تضع الإشارة حسب قاعدة الإشارة مثل الحالة الأولى

مثال (٢): حلل كلاً مما يأتي

(١) $٦ س^{٢} - ١٩ س + ٣$

٢ س ، ٣ / ٣ س ، ١ : ٢ س + ٩ س = ١١ س ✗

٦ س − ١ / س − ٣ : ١٨ س + س = ١٩ س ✓

$= (٦ س - ١)(س - ٣)$

(٢) $٢ م^{٢} - ٩ م - ٥$

٢ م + ١ / م − ٥ : ١٠ م − م = ٩ م

$= (٢ م + ١)(م - ٥)$

(٣) $٥ س^{٢} + ٣ س - ٢$

٥ س − ٢ / س + ١ : ٥ س − ٢ س = ٣ س

$= (٥ س - ٢)(س + ١)$

[٤] $٥ ص^{٢} - ٢٨ س ص - ١٢ س^{٢}$

٥ ص + ٢ س / ص − ٦ س : ٣٠ س ص − ٢ س ص = ٢٨ س ص

$= (٥ ص + ٢ س)(ص - ٦ س)$

[٥] $٥ س^{٣} - ٤ س^{٢} - ١٢ س$

الحل: $س (٥ س^{٢} - ٤ س - ١٢)$

٥ س + ٦ / س − ٢ : ١٠ س − ٦ س = ٤ س

$= س (٥ س + ٦)(س - ٢)$

[٦] $(٥ س + ١)(س + ٣) - ٨ س$

الحل نفك الأقواس أولاً

$= ٥ س^{٢} + ١٥ س + س + ٣ - ٨ س$

$= ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣$

٥ س + ٣ / س + ١ : ٥ س + ٣ س = ٨ س

$= (٥ س + ٣)(س + ١)$

تمارين (٢)
(على الحالة الثانية)

(١) أكمل ما يأتي

[١] $٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥$

$= (٣ س + ...)(..... + ٥)$

[٢] $٥ س^{٢} - ٢ س - ٧$

$= (٥ س - .....)(س + ...)$

③ $٣س^{٢} + ١٠س + ٨$

$= (٣س + ...)(.... + ...)$

④ $٦س^{٢} - ١١س - ١٠$

$= (٢س - .....)(..... + ...)$

② حلل كلاً مما يأتي تحليلاً تاماً:

① $٢س^{٢} + ٣س + ١$

② $٣م^{٢} + ٧م + ٢$

③ $٥ص^{٢} - ٧ص + ٢$

④ $٣ع^{٢} + ٧ع - ٦$

⑤ $٤س^{٢} + ١٧س - ١٥$

⑥ $٨س^{٢} - ٦س - ٢٧$

⑦ $٥م^{٢} - ١٨م + ١٦$

⑧ $٦س^{٢} - س - ١٢$

⑨ $٢٠س^{٢} + ٩س + ٣$

⑩ $٨س^{٣} - ٢٧س^{٢} - ٢٠س$

⑪ $١٠م^{٢} + ١١م ب - ١٨ب^{٢}$

⑫ $٣س^{٢} - ٤س ص + ص^{٢}$

⑬ $٣٦س^{٢} + ١٩س ص - ٦ص^{٢}$

⑭ $٥م^{٢} - ١٨م + ١٦$

⑮ $١٨س^{٥} + ٣س^{٣} - ٣٠س$

⑯ $م^{٢}ب^{٢} - ٢٤م ب^{٢} + ١٤٣ب^{٢}$

⑰ $٥م^{٢} - ١٠م + ١٥م^{٢}$

③ إذا كان (س + ٣ص) سم هو أحد بعدي مستطيل مساحته ($٣س^{٢} + ١١س ص + ٦ص^{٢}$) $سم^{٢}$ فأوجد البعد الآخر للمستطيل

عند س = ١ ، ص = ٢

ثم أوجد محيطه

③ تحليل المقدار الثلاثي على صورة [المربع الكامل]

له جذر تربيعي ± ٢ × جذر الأول × جذر الأخير + له جذر تربيعي

الحد الأول — الحد الأوسط — الحد الأخير

مثل: $س^{٢} + ٦س + ٩$

لكي نتأكد إنه مربع كامل توحيد الحد الأوسط

الحد الأوسط = ٢ × $\sqrt{الأول}$ × $\sqrt{الأخير}$

= ٢ × س × ٣ = ٦س ✓

* عند تحليل المربع الكامل

← نضع قوس واحد عليه تربيع

$= (\sqrt{الأول} \pm \sqrt{الأخير})^{٢}$

(±) حسب إشارة الأوسط

مثال ① حلل كلاً مما يأتي

① $س^{٢} + ٦س + ٩$

نتأكد إنه مربع كامل: ٢ × س × ٣ = ٦س ✓

$= (س + ٣)^{٢}$

② $٤س^{٢} - ٢٠س ص + ٢٥ص^{٢}$

٢ × ٢س × ٥ص = ٢٠س ص ✓

$= (٢س - ٥ص)^{٢}$

③ $٢٠م ص^{٢} - ٦٠م ص + ٤٥م$

الحل = $٥م (٤ص^{٢} - ١٢ص + ٩)$

٢ × ٢ص × ٣ = ١٢ص ✓

$= ٥م (٢ص - ٣)^{٢}$

* إذا كان المقدار الثلاثي مربعاً كاملاً

① الحد الأوسط = ٢ × √الأول × √الأخير

② الحد الأول = $\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{٢ \times \sqrt{\text{الأخير}}}\right)^٢$

③ الحد الأخير = $\left(\frac{\text{الحد الأوسط}}{٢ \times \sqrt{\text{الأول}}}\right)^٢$

مثال ② أكمل الحد الناقص ليكون المقدار مربعاً كاملاً :

① ٩ س^٢ .... + ٤

الحل الأوسط = ٢ × √الأول × √الأخير

= ٢ × ٣ س × ٢

= ١٢ س

= ± ١٢ س

② ...... − ٤٠ س + ٢٥

الحل الأول = $\left(\frac{٤٠\text{س}}{٢ \times ٥}\right)^٢$

= $\left(\frac{٤٠\text{س}}{١٠}\right)^٢$ = (٤ س)^٢ = ١٦ س^٢

③ ١٠٠ س^٢ + ٦٠ س + ...

الحل الأخير = $\left(\frac{٦٠\text{س}}{٢ \times ١٠\text{س}}\right)^٢$

= $\left(\frac{٦٠}{٢٠}\right)^٢$ = (٣)^٢ = ٩

④ حلل $\frac{٤}{٢٥}$ س^٢ − $\frac{٣}{٥}$ س + $\frac{٩}{١٦}$

الحل الأوسط = $\frac{٢}{٥}$ س × $\frac{٣}{٤}$ × ٢ = $\frac{٣}{٥}$ س ✓

= $\left(\frac{٢}{٥}\text{س} - \frac{٣}{٤}\right)^٢$

مثال ④ استخدم التحليل لإيجاد قيمة

① (١٠٫٣)^٢ − ٢ × ١٠٫٣ × ٠٫٣ + (٠٫٣)^٢

الحل = (١٠٫٣ − ٠٫٣)^٢

= (١٠)^٢ = ١٠٠

② (١٫٤)^٢ + ٢٫٨ × ٠٫٦ + (٠٫٦)^٢

الحل = (١٫٤)^٢ + ٢ × ١٫٤ × ٠٫٦ + (٠٫٦)^٢

= (١٫٤ + ٠٫٦)^٢ = (٢)^٢ = ٤

تمارين (٣)
(المربع الكامل)

[1] أكمل ليكون المقدار مربع كامل :-

① ٤ س^٢ + ... + ١

② ع^٤ + ... + ٤٩ ل^٢

③ م^٢ − ٦ م ب + ...

④ ١٦ س^٢ + ٥٦ س + ...

⑤ ...... + ١٨ ص^٢ + ٨١

⑥ ...... − ١٠ ب^٢ + ٢٥ ب^٤

⑦ $\frac{١}{٢٥}$ س^٢ + ... + $\frac{١}{٤}$ ص^٢

[2] اختر الإجابة المناسبة :-

① إذا كان س^٢ + ١٤ س + ب مربعاً كاملاً فإن ب = ... [٢ ، ٧ ، ١٤ ، ٤٩]

② إذا كان س^٢ + ك س + ٢٥ مربعاً كاملاً فإن ك = ... [٥ ، ١٠ ، ±١٠ ، ±٥]

③ إذا كان المقدار ١ + ١٨ س + ك س^٢ مربعاً كاملاً فإن ك = ... [١٣ ، ±٣ ، ١٩ ، ٩]

④ لجعل المقدار ٩ س^٢ + ٢٤ س + ١٤ مربع كامل يجب إضافة ...... إليه [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

٥) $(٩٩)^{٢} + ٢(٩٩) + ١ = ...$

[١٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، ٤١٠ ، $(٩٨)^{٢}$]

٦) إذا كان أ + ب = ٦ فإن $أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} = ...$

[١٢ ، ٣ ، ±٦ ، ٣٦]

٧) إذا كان $أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} = ٢٥$ فإن

أ + ب = ... [٥ ، -٥ ، ±٥ ، ١٢٫٥]

٨) إذا كان $أ^{٢} + ب^{٢} = ١٥$ ، ٢أب = ١٠ فإن

أ + ب = ... [٥ ، -٥ ، ±٥ ، ٢٥]

٣ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً:

١) $م^{٢} - ٢م + ١$

٢) $٩ص^{٢} + ٦س ص + س^{٢}$

٣) $١٠٠س^{٢} + ١٨٠س + ٨١$

٤) $٣٦ - ٦٠ل + ٢٥ل^{٢}$

٥) $\frac{١}{٣٦}س^{٢} - \frac{١}{٦}س + ٠٫٢٥$

٦) $١٨ص^{٢} - ١٢ص + ٢$

٧) $٣ع^{٢} + ٤٢ع^{٤} + ١٤٧ع^{٧}$

٨) $٢٠س^{٢} + ١٠٠س + ١٢٥$

٤ أوجد قيمة ل التي تجعل المقدار مربعاً كاملاً :-

١) $١٦س^{٢} - ل س + ٤٩$

٢) $٦٤س^{٢} + ٨٠س + ل^{٢}$

٣) $\frac{١}{٢٥}أ^{٢} + \frac{١}{ل}أ + \frac{١}{١٦}$

٤) $ل ص^{٢} + ٢٤ص + ٩$

٥ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل مما يأتي

١) $(١٥)^{٢} - ٢×١٥×١٣ + (١٣)^{٢}$

٢) $(٩)^{٢} + ٢×٩ + ١$

٣) $(٧٫٢)^{٢} - ٢×٧٫٢×٧٫٠ + (٧٫٠)^{٢}$

(تحليل المقدار الثنائي)

١ الفرق بين المربعين

(له جذر تربيعي) - (له جذر تربيعي)

= (√الأول + √الثاني) (√الأول - √الثاني)

١ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً

١) $س^{٢} - ١٦ = (س - ٤)(س + ٤)$

٢) $٢٥س^{٢} - ٩ص^{٢} = (٥س - ٣ص)(٥س + ٣ص)$

٣) $٨١أ^{٤} - ١٠٠ب^{٢}$

$= (٩أ^{٢} - ١٠ب)(٩أ^{٢} + ١٠ب)$

٤) $\frac{٩}{٢٥}س^{٢} - \frac{٤}{٤٩}ب^{٤}$

$= (\frac{٣}{٥}س + \frac{٢}{٧}ب^{٢})(\frac{٣}{٥}س - \frac{٢}{٧}ب^{٢})$

٥) $أ^{٢} - ب^{٢}ح^{٤}$

$= (أ + ب ح^{٢})(أ - ب ح^{٢})$

٦) $س^{١٠} - ١$

$= (س^{٥} - ١)(س^{٥} + ١)$

$= (س^{٢٫٥} - ١)(س^{٢٫٥} + ١)(س^{٥} + ١)$

٧) $(٢ص - ٣)^{٢} - ١$

$= (٢ص - ٣ + ١)(٢ص - ٣ - ١)$

$= (٢ص - ٢)(٢ص - ٤)$

$= ٤(ص - ١)(ص - ٢)$

٨) $٤س^{٣} - ٩س$

$= س(٤س^{٢} - ٩)$

$= س(٢س + ٣)(٢س - ٣)$

⑨ $٧٥س^٢ - ٤٨$

$= ٣(٢٥س^٢ - ١٦)$

$= ٣(٥س - ٤)(٥س + ٤)$

⑩ $٢س^٢ - ١٨$

$= ٢(س^٢ - ٩)$

$= ٢(س - ٣)(س + ٣)$

⑪ $\frac{١}{٢}س^٢ - ١٨$

$= \frac{١}{٢}(س^٢ - ٣٦)$

$= \frac{١}{٢}(س - ٦)(س + ٦)$

⑫ $\frac{١}{٥}س^٤ - ١٢٥$

$= \frac{١}{٥}(س^٤ - ٦٢٥)$

$= \frac{١}{٥}(س^٢ - ٢٥)(س^٢ + ٢٥)$

$= \frac{١}{٥}(س - ٥)(س + ٥)(س^٢ + ٢٥)$

⑬ $س^٤ - ٨١$

$= (س^٢ - ٩)(س^٢ + ٩)$

$= (س - ٣)(س + ٣)(س^٢ + ٩)$

⑭ $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$

$= (٧٧ - ٢٣)(٧٧ + ٢٣)$

$= ٥٤ \times ١٠٠ = ٥٤٠٠$

⑮ $(٨٫٢٧)^٢ - (١٫٧٣)^٢$

$= (٨٫٢٧ - ١٫٧٣)(٨٫٢٧ + ١٫٧٣)$

$= ٦٫٥٤ \times ١٠ = ٦٥٫٤$

⑯ ٣١×٢٩

$= (٣٠ + ١)(٣٠ - ١)$

$= (٣٠)^٢ - ١$

$= ٩٠٠ - ١ = ٨٩٩$

(تمارين (٤))

١ الفرق بين مربعين

١ أكمل ما يأتي:

① $(٥س + \dots)(\dots - ٣ص) = ٢٥س^٢ - ٩ص^٢$

② $(٧أ + ٦ب)(\dots - \dots) = ٤٩أ^٢ - ٣٦ب^٢$

③ إذا كان $س + ص = ٩$ ، $س - ص = ١٠$ فإن $س^٢ - ص^٢ = \dots$

④ إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س + ص = ١٠$ فإن $س - ص = \dots$

⑤ إذا كان $٣(س - ص)(س + ص) = ٧٥$ فإن $س^٢ - ص^٢ = \dots$

* اختر الإجابة المناسبة:

① إذا كان $س^٢ + ك = (س - ٨)(س + ٨)$ فإن ك = ... [صفر ، ±٨ ، ٦٤ ، −٦٤]

② إذا كان $س^٢ + ك - ٦٤ = (س + ٨)(س - ٧)$ فإن ك = {صفر ، ±٨ ، ٦٤ ، −٦٤]

③ إذا كان $(٣٦)^٢ - (٢٦)^٢ = ١٠س$ فإن س = ... [١٠ ، ٢٦ ، ٦٢ ، ٣٦]

④ إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = ٢٧$ ، $أ - ب = ٣$ فإن أ + ب = ... [٣ ، ٥ ، ٩ ، ٢٧]

٣ حلل المقادير الآتية تحليلاً تاماً:

① $س^٢ - ٤$

② $٨١س^٢ - ١٠٠$

③ $٩ - ص^٢$

④ $\frac{١}{٢}س^٢ - ٢$

⑤ $٨س^٢ - ٥٠$

⑥ $٠٫٢٥س^٢ - ٠٫١٦$

⑦ $س^٣ص - س ص^٣$

٨) $٢٧ س^٣ - ٤٨ س ص^٦$

٩) $(٢أ - ٥)^٢ - ٤$

١٠) $\frac{١}{٣} س^٢ - ٢٧$

١١) $\frac{١}{٤} س^٤ - ١$

١٢) $\frac{١}{١٦} س^٤ - ١$

١٣) $(س + ١)^٢ - (س - ١)^٢$

٤) استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل مما يأتي

① $(٦٦)^٢ - (٣٤)^٢$

② $(١١٢)^٢ - (١٢)^٢$

③ $(٨,٥٥)^٢ - (١,٤٥)^٢$

④ $(٨٥)^٢ - (١٥)^٢$

⑤ ٢٧×٣٣

⑥ ٩٩٧×١٠٠٣

* تحليل المقدار الثنائي

الحالة الثانية (± المكعبين)

(مجموع مكعبين والفرق بينهم)

له جذر تكعيبي ± له جذر تكعيبي

(∛الأول ± ∛الثاني) (ربع عكس إضرب + ربع)

مثال ① حلل كلاً مما يأتي

١) $س^٣ + ص^٣ = (س + ص)(س^٢ - س ص + ص^٢)$

٢) $س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$

٣) $أ^٣ - ٢٧ = (أ - ٣)(أ^٢ + ٣أ + ٩)$

٤) $س^٣ + ٨ص^٣$

$= (س + ٢ص)(س^٢ - ٢ س ص + ٤ص^٢)$

٥) $٢س^٣ - ٢٥٠ = ٢(س^٣ - ١٢٥)$

$= ٢(س - ٥)(س^٢ + ٥س + ٢٥)$

٦) $٨١ س^٤ + ٢٤ س$

$= ٣س(٢٧س^٣ + ٨)$

$= ٣س(٣س + ٢)(٩س^٢ - ٦س + ٤)$

٧) $٦٤ س^٦ - ص^٦$

$= (٤س^٢ - ص^٢)(١٦س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ص^٤)$

$= (٢س - ص)(٢س + ص)(١٦س^٤ + ٤س^٢ص^٢ + ص^٤)$

٨) $(أ - ٢ب)^٣ + ٨ب^٣$

$= (أ - ٢ب + ٢ب)((أ - ٢ب)^٢ - ٢ب(أ - ٢ب) + ٤ب^٢)$

$= أ(أ^٢ - ٤أب + ٤ب^٢ - ٢أب + ٤ب^٢ + ٤ب^٢)$

$= أ(أ^٢ - ٦أب + ١٢ب^٢)$

٩) $٠,٠٢٧ م^٣ - ن^٣$

$= (٠,٣م - ن)(٠,٠٩م^٢ + ٠,٣م ن + ن^٢)$

١٠) $\frac{١}{٢} س^٣ + ٤$

$= \frac{١}{٢}(س^٣ + ٨)$

$= \frac{١}{٢}(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)$

١١) $\frac{١}{٣} س^٣ + ٩ص^٣$

$= \frac{١}{٣}(س^٣ + ٢٧ص^٣)$

$= \frac{١}{٣}(س + ٣ص)(س^٢ - ٣س ص + ٩ص^٢)$

تمارين (٥)

(فرق ومجموع المكعبين)

١) أكمل ما يأتي

١) $\sqrt[٣]{٨س^٣} =$ ....

٢) $س^٣ + ٨ = (س + ٢)$(..............)

٣) $٨أ^٣ + ١٢٥$

= (.... + ...)($٤أ^٢ - ١٠أ +$ ......)

٤) $س^٣ +$ ......

= (.... + ...)(...... $- ٤س + ١٦$)

٥) إذا كان $(س - ٥)$ أحد عوامل المقدار $س^٣ - ١٢٥$ فإن العامل الآخر هو ....

6) $\frac{1}{8} س^3 - 1$

$= \frac{1}{8}(س^3 - 8)$

$= \frac{1}{8}(س - 2)(\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots)$

7) إذا كان $س^3 - ص^3 = 24$ ، $س - ص = 4$

فإن $س^2 + س ص + ص^2 = \ldots\ldots\ldots$

[3] اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي

1) إذا كان $س + ص = 3$ ، $س^2 - س ص + ص^2 = 5$

فإن $س^3 + ص^3 = \ldots\ldots\ldots$

[−15 ، 15 ، 8 ، 7]

2) إذا كان $ص^3 - م = (ص - 3)(ص^2 + 3 ص + 9)$

فإن م = ... [2 ، 21 ، 27 ، −27]

3) إذا كان $س^3 + ص^3 = 35$ ، $س + ص = 5$

فإن $س^2 - س ص + ص^2 = \ldots\ldots\ldots$

[7 ، 14 ، 40 ، 71]

4) إذا كان $س^3 - 125 = (س + م)(س^2 + 5 س + 25)$

فإن م = ... [125 ، 25 ، 5 ، −5]

[3] حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً:

1) $س^3 + 27$

2) $س^3 - 729$

3) $م^4 + 64 ه^3$

4) $27 س^3 - 64 ص^3$

5) $16 س^3 + 250$

6) $5 س^3 - 40$

7) $\frac{1}{8} م^3 - 8 ب^3$

8) $5 س^4 - 135 س$

9) $3 س^3 - 250$

10) $س^6 - ص^6$

11) $8 س^3 - 343 ص^6$

12) $(س + 2)^3 + 8$

13) $س^6 - 7 س^3 - 8$

4) إذا كان $س^3 - ص^3 = 28$ ، $س - ص = 2$

فأوجد قيمة المقدار $س^2 + س ص + ص^2$

5) إذا كان $س^2 - ص^2 = 20$ ، $س - ص = 2$ ،

$س^2 - س ص + ص^2 = 28$ فأوجد قيمة

$س^3 + ص^3$.

تحليل المقدار الرباعي

التحليل بالتقسيم

نقسم المقدار الجبرى إلى مقدارين كل واحد منهما يحتوى على حدين ثم نحلله

مثال [1] حلل كلاً مما يأتي تحليلاً تاماً

1) $5 س + 5 ص + ع س + ع ص$

الحل $= (5 س + 5 ص) + (ع س + ع ص)$

$= 5(س + ص) + ع(س + ص)$

$= (س + ص)(5 + ع)$

2) $م س + ب ص + ب س + م ص$

$= (م س + م ص) + (ب ص + ب س)$

$= م(س + ص) + ب(ص + س)$

$= (س + ص)(م + ب)$

← إذا لم يكن هناك عامل مشترك فسوف نعيد تقسيم المقدار الجبرى مرة أخرى إلى مقدار ثلاثى (مربع كامل) ثم نحلل فرق بين مربعين

3) $س^2 - 2 س ص + ص^2 - م^2$

$= (س^2 - 2 س ص + ص^2) - م^2$

$= (س - ص)^2 - م^2$

$= (س - ص - م)(س - ص + م)$

$= س^{٢}(س - ٣) + ٦(س - ٣)$

$= (س - ٣)(س^{٢} + ٦)$

[٤] $٤س^{٢} - ٢٥ + ٤س ص + ص^{٢}$

$= ٤س^{٢} + ٤س ص + ص^{٢} - ٢٥$

$= (٤س^{٢} + ٤س ص + ص^{٢}) - ٢٥$

$= (٢س + ص)^{٢} - ٢٥$

$= (٢س + ص + ٥)(٢س + ص - ٥)$

[٥] $أس + ب ص - ب س - أ ص$

$= (أس - ب س) + (ب ص - أ ص)$

$= س(أ - ب) + ص(ب - أ)$

$= س(أ - ب) - ص(أ - ب)$

$= (أ - ب)(س - ص)$

[٦] $س^{٢} - ٥س ص + ٣س ع - ١٥ ص ع$

$= (س^{٢} - ٥س ص) + (٣س ع - ١٥ ص ع)$

$= س(س - ٥ص) + ٣ع(س - ٥ص)$

$= (س - ٥ص)(س + ٣ع)$

[٧] $٩س^{٣} + ٢٤س^{٢}ص - ٤٩س + ١٦س ص^{٢}$

ع.م.أ هو س

$= س(٩س^{٢} + ٢٤س ص - ٤٩ + ١٦ص^{٢})$

$= س[(٩س^{٢} + ٢٤س ص + ١٦ص^{٢}) - ٤٩]$

$= س[(٣س + ٤ص)^{٢} - ٤٩]$

$= س(٣س + ٤ص + ٧)(٣س + ٤ص - ٧)$

[٨] $أ^{٣} - ٩أ + أ^{٢} - ٩$

$= أ(أ^{٢} - ٩) + (أ^{٢} - ٩)$

$= (أ^{٢} - ٩)(أ + ١)$

$= (أ - ٣)(أ + ٣)(أ + ١)$

[٩] $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦س - ١٨$

$= (س^{٣} - ٣س^{٢}) + (٦س - ١٨)$

تمارين (٦)

على التحليل بالتقسيم

[١] حل تحليلاً تاماً :

① $٥س - ٣٠ + أس - ٦أ$

② $٤س^{٢} + ٣س ص + ١٢س + ٩ص$

③ $س^{٣} - س^{٢} + ٢س - ٢$

④ $س ص + ٥ص + ٧س + ٣٥$

⑤ $٢٥س - ١٥ص - ٥أس + ٣أص$

⑥ $س^{٥} - ٣س^{٢} + س^{٣} - ٣$

⑦ $٥ل - ١٠أ - أل + ٢أ^{٢}$

⑧ $أ^{٣} + ب^{٣} - ٥أ - ٥ب$

⑨ $أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢} - جـ^{٢}$

⑩ $أب س^{٢} + ب س - أس - ١$

⑪ $٩س^{٢} - ٤أ^{٢} + ص^{٢} + ٦س ص$

⑫ $س^{٢} + ٦س - ص^{٢} + ٩$

⑬ $٢س^{٢}ص - س ص^{٢} + ٢أس - أص$

⑭ $٣س^{٣} + ٢س^{٢} + ١٢س + ٨$

⑮ $أ^{٣} - ٩أ - أ^{٢} - ٩$

⑯ $جـ^{٢} + جـ د + د هـ + جـ هـ$

⑰ $٤م^{٤} - ٩م^{٢} + ٦م - ١$

للمتفوقين حل ما يأتي

[١] $س - ٢٥$

[٢] $أ^{٣} + ٣أ^{٢}ب + ٣أب^{٢} + ب^{٣}$

[٣] $س^{٣} + س^{٢} - ١٢$

[٤] إذا كان $(س + ص)^{٢} = ٦٤$ ، $س ص = ١٥$ فإن $س^{٢} + ص^{٢} =$ ......

[التحليل بإكمال المربع]

أولاً: يمكن أن يكون المقدار ثنائي مجموع مربعين

حلل المقدار: س^4 + ٤ص^4

← أولاً نوجد قيمة الحد الأوسط

الحد الأوسط = ٢ × س^2 × ٢ص^2

= ٤ س^2 ص^2

= (س^2 + ٢ص^2 + ٢س ص) (س^2 + ٢ص^2 − ٢س ص)

ثانياً: يمكن أن يكون المقدار ثلاثي يكون مربع كامل ولكن الحد الأوسط لا يحقق إنه مربع كامل

مثال: حلل المقدار

١٦أ^4 − ٢٨أ^2 ب^2 + ٩ب^4

نوجد الحد الأوسط = ٢ × ٤أ^2 × ٣ب^2

= ٢٤ أ^2 ب^2

الباقي = ٢٨ أ^2 ب^2 − ٢٤ أ^2 ب^2

= ٤ أ^2 ب^2

= (٤أ^2 − ٣ب^2 + ٢أب) (٤أ^2 − ٣ب^2 − ٢أب)

مثال ① حلل كلاً مما يأتي

[1] ٨١أ^4 + ٤ب^4

الحد الأوسط = ٢ × ٩أ^2 × ٢ب^2

= ٣٦ أ^2 ب^2

= (٩أ^2 + ٢ب^2 + ٦أب) (٩أ^2 + ٢ب^2 − ٦أب)

[2] س^4 + ٩س^2 + ٨١

الحد الأوسط = ٢ × س^2 × ٩ = ١٨س^2

الباقي = ١٨س^2 − ٩س^2 = ٩س^2

= (س^2 + ٩ + ٣س) (س^2 + ٩ − ٣س)

[3] ٨س^4 ص^2 + ١٦٢ع^4 ص^2

= ٢ص^2 [٤س^4 + ٨١ع^4]

∵ الحد الأوسط = ٢ × ٢س^2 × ٩ع^2

= ٣٦ س^2 ع^2

= ٢ص^2 [(٢س^2 + ٩ع^2 − ٦سع) (٢س^2 + ٩ع^2 + ٦سع)]

[4] أوجد الحد الجبري الذي يمكن إضافته للمقدار س^4 − ١٨س^2 ص^2 + ص^4 لكي يمكن تحليله بإكمال المربع.

الحد الأوسط = ٢ × س^2 × ص^2 = ٢س^2 ص^2

الباقي = ١٨س^2 ص^2 − ٢س^2 ص^2

= ١٦س^2 ص^2

∴ الحد الجبري هو [١٦س^2 ص^2]

أو مجموعهم = ١٨س^2 ص^2 + ٢س^2 ص^2

= ٢٠س^2 ص^2

∴ الحد الجبري هو [٢٠س^2 ص^2]

تمارين (٧)
على إكمال المربع

[1] حلل تحليلاً تاماً

① أ^4 + ٤

② س^4 + ٦٤

③ ٨١س^4 + ٤ع^4

④ ٢٠س^4 + ٥ص^4

⑤ أ^4 + ٣أ^2 ب^2 + ٤ب^4

⑥ ٩س^4 − ٢٥س^2 + ١٦

⑦ س^4 + س^2 ص^2 + ٢٥ص^4

⑧ م^4 − ١١م^2 ن^2 + ن^4

⑨ س^2 (س^2 − ١٩ص^2) + ٢٥ص^4

⑩ ٩س^4 − ٣س^2 ص^2 + ص^4

حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً

إذا كان أ و ب عددين حقيقيين

فإن أ × ب = صفر

فإن أ = ٠ أو ب = ٠

أو أ = ب = ٠

*** خطوات حل المعادلة التربيعية**

١ نصفر المعادلة (نجعلها معادلة صفرية)

٢ نحلل المعادلة

٣ نوجد قيم س من كل قوس

٤ نكتب م.ح

مثال ١ أوجد مجموعة الحل لكل المعادلات الآتية في ح :

① $س^{٢} - ٢س - ١٥ = ٠$

الحل = $(س + ٣)(س - ٥) = ٠$

$س = -٣$ ، $س = ٥$

∴ م.ح = {−٣ ، ٥}

② $س^{٢} - ٩ = ٠$

⇐ $(س - ٣)(س + ٣) = ٠$

$س = ٣$ أو $س = -٣$

∴ م.ح = {٣ ، −٣}

③ $س^{٣} = ٤س$

⇐ $س^{٣} - ٤س = ٠$

$س(س^{٢} - ٤) = ٠$

$س(س - ٢)(س + ٢) = ٠$

إما $س = ٠$ | $س - ٢ = ٠$ | $س + ٢ = ٠$

∴ $س = ٠$ أو $س = ٢$ أو $س = -٢$

∴ م.ح = {٠ ، ٢ ، −٢}

③ $س^{٢} + ٤ = ٤س$

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٢) = ٠$

$س = ٢$ أو $س = ٢$

∴ م.ح = {٢}

④ $(س + ٣)^{٢} = ١٦$

⇐ $س^{٢} + ٦س + ٩ = ١٦$

$س^{٢} + ٦س + ٩ - ١٦ = ٠$

$س^{٢} + ٦س - ٧ = ٠$

$(س + ٧)(س - ١) = ٠$

$س = -٧$ ، $س = ١$

∴ م.ح = {−٧ ، ١}

⑤ $س^{٣} + ٥س^{٢} - ٦س = ٠$

$س(س^{٢} + ٥س - ٦) = ٠$

$س(س + ٦)(س - ١) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = -٦$ ، $س = ١$

∴ م.ح = {٠ ، −٦ ، ١}

⑥ $(س + ٣)^{٢} + ٣(س + ٣) - ١٠ = ٠$

$(س + ٣ - ٢)(س + ٣ + ٥) = ٠$

$(س + ١)(س + ٨) = ٠$

$س = -١$ ، $س = -٨$

∴ م.ح = {−١ ، −٨}

⑦ $(س - ٣)(س + ١) = ٥$

⇐ $س^{٢} + س - ٣س - ٣ - ٥ = ٠$

$س^{٢} - ٢س - ٨ = ٠$

$(س + ٢)(س - ٤) = ٠$

$س = -٢$ ، $س = ٤$ ∴ م.ح = {−٢ ، ٤}

تطبيقات على حل معادلة الدرجة الثانية فى متغير واحد

عدد هو س	أضيف ← (+)
مربعه ← $س^{٢}$	جمع ← (+)
مكعبه ← $س^{٣}$	طرح ← (−)
ضعفه ← ٢س	يزيد ← (−)
٣ أمثاله ← ٣س	ضعف مربعه ← $٢س^{٢}$
٥ أمثاله ← ٥س	

يزيد بمقدار ٣ ← س + ٣

محيط المستطيل ← الطول + العرض = $\frac{١}{٢}$ المحيط

[١] عدد حقيقى إذا أضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟

نفرض أن العدد هو س

$س^{٢} + س = ١٢$

$س^{٢} + س - ١٢ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٤) = ٠$

$س = ٣$ ، $س = -٤$

∴ العدد هو ٣ أو −٤

[٢] مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط ، أوجد هذه الأعداد

نفرض أن الأعداد هى س ، س + ١ ، س + ٢

∴ $س + س + ١ + س + ٢ = (س + ١)^{٢}$

$٣س + ٣ = س^{٢} + ٢س + ١$

$س^{٢} + ٢س - ٣س + ١ - ٣ = ٠$

$س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢$ ، $س = -١$

∴ الأعداد هى ٢ ، ٣ ، ٤

أو الأعداد هى −١ ، ٠ ، ١

[٣] أوجد العددين الصحيحين اللذين حاصل ضربهما ١٨ وأحدهما يزيد بمقدار ٣ عن الآخر

نفرض أن العددان هما س ، س + ٣

$س(س + ٣) = ١٨$

$س^{٢} + ٣س - ١٨ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٦) = ٠$

$س = ٣$ ، $س = -٦$

∴ العددان هما ٣ ، ٦

أو −٦ ، −٣

[٤] أوجد العدد الحقيقى الموجب الذى ضعفه يزيد عن ٦ أمثال معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح .

نفرض أن العدد هو س

∴ $٢س - \frac{٦}{س} = ١$ (بالضرب × س)

$٢س \times س - \frac{٦}{س} \times س = ١ \times س$

$٢س^{٢} - ٦ = س$

$٢س^{٢} - س - ٦ = ٠$

$(٢س + ٣)(س - ٢) = ٠$

$س = \frac{-٣}{٢}$ × مرفوض ، $س = ٢$

∴ العدد هو ٢

[٥] أوجد أبعاد المستطيل الذى مساحته ١٠٠ سم² وطوله يزيد عن عرضه بمقدار ١٥ سم ثم أوجد محيطه

نفرض أن العرض س سم ، (س + ١٥) سم

∴ $س(س + ١٥) = ١٠٠$

$س^{٢} + ١٥س - ١٠٠ = ٠$

$(س + ٢٠)(س - ٥) = ٠$

$س = -٢٠$ × مرفوض ، $س = ٥$

∴ الطول = ٥ + ١٥ = ٢٠ سم

العرض = ٥ سم

∴ محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

= (٥ + ٢٠) × ٢ = ٢٥ × ٢ = ٥٠ سم

تمارين (٨)

[حل المعادلة التربيعية وتطبيقاتها]

[١] أكمل ما يأتي

① مجموعة حل المعادلة $س^2 - ٥س = ٠$ في ح هي ....

② مجموعة حل المعادلة $س^2 = ٧س$ في ح هي ....

③ مجموعة حل المعادلة $س^2 + ٤ = ٠$ في ح هي ....

[٤] مجموعة حل المعادلة $س(س + ٥) = ٠$ في ح هي ....

[٥] إذا كان [س = ٢] هو أحد جذري المعادلة $س^2 - ٦س + ل = ٠$ فإن ل = ...

[٦] أربعة أمثال مربع العدد س هي ....

[٧] إذا كان عمر أحمد الآن هو س سنة فإن عمره بعد ٥ سنوات سيكون ......

[٨] إذا كان عمر منى الآن هو س سنة فإن عمرها منذ ٤ سنوات كان ....

[٩] إذا كان س عدداً زوجياً فإن العدد الزوجي التالي له هو ....

[١٠] إذا كان عمر يوسف الآن هو (س + ٣) سنة فإن عمره بعد ٥ سنوات هو ....

[١١] إذا كان عمر جنا الآن هو (س − ٣) سنة فإن عمرها منذ سنتين هو ....

[١٢] إذا كان س = ٢ جذراً للمعادلة $س^2 - ٥س + م = ٠$ فإن م = ...

[١٣] مجموعة حل المعادلة $(٢س - ٣)(س + ١) = ٠$ في ح هي ___

[١٤] إذا كان $س(س - ٣) = ٠$ فإن س = ... ، س = ...

[١٥] مجموعة حل المعادلة $(س - ٣)^2 = ٠$ في ح هي ....

[٢] أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلات الآتية:

① $س^2 - ٦س = ٠$

② $س^2 + ٥س + ٦ = ٠$

③ $س^2 + س = ٥٦$

④ $٢س^2 - ٩س = ٥$

⑤ $٥س^2 = ٧س$

⑥ $س(س - ٣) = ٥س$

⑦ $٣س^2 - ١٥س = -١٨$

⑧ $١٢س^2 = ٤٧س - ٤٥$

⑨ $(س - ١)^2 + س = ٣$

⑩ $س^4 - ٥س^2 + ٤ = ٠$

⑪ $س + \frac{٦}{س} = ٥$ حيث $(س \neq ٠)$

⑫ $\frac{س - ٣}{٢} = \frac{٥}{س}$ حيث $(س \neq ٠)$

⑬ $(س + ٣)^2 - ٤٩ = ٠$

[٣] ما العدد الحقيقي الذي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ١٢ ؟

[٤] أوجد العدد السالب الذي إذا أضيف مربعه إلى ضعفه كان الناتج ٨

[٥] عددان نسبيان النسبة بينهما ٣ : ٤ ، فإذا كان مجموع مربعيهما يساوي ١٠٠ فما هما العددان ؟

[٦] مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار ٤ سم ومساحته ٤٥ $سم^2$ أوجد محيطه .

[٧] مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعي القائمة يزيد عن طول الضلع الآخر بمقدار ٧ سم ومساحته ٣٠ $سم^2$ أوجد محيطه .

[٨] عددان موجبان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٤ ومجموع مربعيهما ١٠٦ أوجد العددين

[٩] إذا كان عمر أب يزيد على عمر ولده بمقدار ٢٧ سنة ومنذ سنتين كان مجموع مربعي عمريهما ٩٠٩ أوجد عمريهما

ملخص عام على التحليل

المقدار الثنائي

① **فرق بين مربعين**

$س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$

② **فرق بين مكعبين**

$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$

③ **مجموع مكعبين**

$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^3)$

④ **إكمال المربع**

$س^4 + 4 ص^4$

الحد الأوسط $= \sqrt{س^2} \times 2 ص^2$

$= 4 س^2 ص^2$

$= (س^2 + 2ص^2 - 2 س ص)(س^2 + 2ص^2 + 2 س ص)$

المقدار الثلاثي

1 الحالة الأولى

$س^2 + 2س - 15 = (س + 5)(س - 3)$

2 الحالة الثانية

$2س^2 - 11س + 5$

$= (2س - 1)(س - 5)$

$2س \quad -1$

$س \quad -5$

$-10س$
$-س$
$\overline{-11س}$

3 مربع كامل

$4س^2 + 20س + 25$

$= (2س + 5)^2$

4 إكمال المربع

$أ^4 - 11 أ^2 ب^2 + ب^4$

← الحد الأوسط $= 2 \times أ^2 \times ب^2 = 2 أ^2 ب^2$

الباقي $= 11 أ^2 ب^2 - 2 أ^2 ب^2 = 9 أ^2 ب^2$

$= (أ^2 - ب^2 - 3 أ ب)(أ^2 - ب^2 + 3 أ ب)$

المقدار الرباعي

1 التقسيم إلى حدين وحدين

$أ س + ب ص + ب س + أ ص$

$= (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)$

$= س (أ + ب) + ص (أ + ب)$

$= (أ + ب)(س + ص)$

2 التقسيم إلى ثلاثة حدود وحد

$أ^2 + 2 أ ب + ب^2 - س^2$

$= (أ^2 + 2 أ ب + ب^2) - س^2$

$= (أ + ب)^2 - س^2$

$= (أ + ب + س)(أ + ب - س)$

ملاحظة هامة :- قبل البدء في التحليل

① تأكد من أن المقدار مرتب تنازلياً حسب أسس س

② إستخرج العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) إن وجد

③ نبدأ بعدها بالتحليل حسب ما إذا كان المقدار ثنائي أو ثلاثي أو رباعي .

النموذج الأول

١ اختر الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان (س + ص)^{٢} = ٢٥ ، س ص = ٥ فإن س^{٢} + ص^{٢} = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

٢) إذا كان س^{٣} − ص^{٣} = ١٥ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٥ فإن س − ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ٧٥

٣) إذا كان س^{٢} − ص^{٢} = ١٦ ، ص − س = ٢ فإن س + ص = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٣

٤) المقدار م س^{٢} − ٤٠ س + ٢٥ مربع كامل إذا كان م = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٥) مجموعة حل المعادلة الآتية: س^{٢} = ٤ س فى ع هى ....

(أ) {٤} (ب) {٠} (جـ) {٠ ، ٤} (د) {٠ ، −٤}

٢ حلل تحليلاً تامًا:

١) س^{٢} + ٥ س + ٦

٢) س^{٢} − ٥ س − ٦

٣) ٣ س^{٢} − ٥ س + ٢

٤) ٤ س^{٢} + ٥ س + ١

٥) ١٦٩ س^{٢} + ٢٦ س + ١

٦) ٢ س^{٣} − ٥٤

٣ مستطيل مساحته س^{٢} + ٥ س + ٤ سم^{٢} فإذا كان طوله (س + ٤) سم فأوجد عرضه.

٤ أوجد العدد الصحيح الذى يزيد معكوسه الضربى على ضعفه بمقدار واحد.



النموذج الثانى

١ اختر الإجابة الصحيحة:

(١) مجموعة حل المعادلة: $س^٢ - ١٦ =$ صفر فى ع هى ....

(أ) {٤، -٤} (ب) {صفر} (جـ) {٤} (د) {١٦، -١٦}

(٢) $(٧٥)^٢ - (٢٥)^٢ =$ ....

(أ) ٧٥٠ (ب) ٥٠٠٠ (جـ) ٢٥٠ (د) ١٠٠

(٣) إذا كان $س^٢ + م = (س - ٤)(س + ٤)$ فإن م = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١٦ (د) -١٦

(٤) إذا كان ٩ هو أحد حلول $س^٢ + ك =$ صفر فإن ك = ...

(أ) ٩ (ب) -٩ (جـ) ٨١ (د) -٨١

(٥) مجموعة حل المعادلة: $س^٢ + ٤ =$ صفر فى ع هى ....

(أ) ∅ (ب) {٢} (جـ) {-٢} (د) {٢، -٢}

٢ حلّل تحليلًا تامًا:

(١) $س^٢ + ٢س - ١٥$

(٢) $س^٢ + ٣٠س + ٨١$

(٣) $س^٤ - ٢٠س^٢ + ٣٦$

(٤) $س^٤ - ١٤س^٢ - ٥١$

(٥) $٢٧س^٣ - ١$

(٦) $٤س^٢ - ٤س + ١$

٣ أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية فى ع :

(أ) $س^٢ - ٣س - ١٠ =$ صفر

(ب) $٤س^٢ = ٤٩$

٤ إذا كان عرض مستطيل يقل ٥سم عن طوله وكانت مساحة المستطيل ١٤سم^٢ **فأوجد الطول والعرض والمحيط.**

الوحدة الثانية

قوانين الأسس الصحيحة السالبة وغير السالبة

1) في حالة ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس

$\text{أ}^{\text{م}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}+\text{ن}}$

$3^{5} \times 3^{2} = 3^{5+2} = 3^{7}$

2) عند قسمة الأساسات المتشابهة نطرح الأسس.

$\text{أ}^{\text{م}} \div \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م}-\text{ن}}$

$3^{5} \div 3^{2} = 3^{5-2} = 3^{3} = 27$

3) توزع الأسس في حالة الضرب أو القسمة

← $(\text{أ ب})^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{م}} \times \text{ب}^{\text{م}}$

$(2 \times 3)^{2} = 2^{2} \times 3^{2} = 4 \times 9 = 36$

← $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ب}^{\text{م}}}$

فمثلاً $\left(\frac{3}{5}\right)^{2} = \frac{3^{2}}{5^{2}} = \frac{9}{25}$

4) عند وجود أسين على نفس الأساس نضرب الأسس.

$(\text{أ}^{\text{ن}})^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن} \times \text{م}} = \text{أ}^{\text{ن م}}$

$(2^{2})^{3} = 2^{2 \times 3} = 2^{6}$

5) إذا كان الأساس عدد سالب

$(-\text{أ})^{\text{ن}}$ ← ن عدد زوجي ← $= \text{أ}^{\text{ن}}$

$(-\text{أ})^{\text{ن}}$ ← ن عدد فردي ← $= -\text{أ}^{\text{ن}}$

فمثلاً ⇐ $\left(\frac{-2}{3}\right)^{2} = \frac{4}{9}$

أما $\left(\frac{-2}{3}\right)^{3} = \frac{-8}{27}$

6) $(\text{أ})^{\text{صفر}} = 1$ حيث $\text{أ} \in \text{ح}^{*}$

$(\text{صفر})^{\text{صفر}}$ = كمية غير معينة

فمثلاً $(3)^{\text{صفر}} = 1$ ، $(-\sqrt{7})^{\text{صفر}} = 1$

7) الأسس الكسرية

$\sqrt{(\text{أ})^{\text{ن}}} = (\sqrt{\text{أ}})^{\text{ن}} = |\text{أ}|^{\frac{\text{ن}}{2}}$

$\sqrt[3]{(\text{أ})^{\text{ن}}} = (\sqrt[3]{\text{أ}})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\frac{\text{ن}}{3}}$

فمثلاً ⇐ $(\sqrt{5})^{4} = 5^{\frac{4}{2}} = 5^{2} = 25$

⇐ $\sqrt[3]{(2)^{9}} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^{3} = 8$

⇐ $(\sqrt{3})^{5} = (\sqrt{3})^{4} \times (\sqrt{3})^{1}$

$= 3^{2} \times \sqrt{3}$

$= 9 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

8) الأسس السالبة

*لتغيير إشارة الأس نقلب الأساس

$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\text{ن}}$

فمثلاً $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2} = \frac{9}{16}$

مثال 1 أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة

1) $(\sqrt{2})^{3} \times (\sqrt{2})^{7} = (\sqrt{2})^{10} = 2^{5} = 32$

2) $(\sqrt{2})^{9} = (\sqrt{2})^{8} \times \sqrt{2}$

$= 2^{4} \times \sqrt{2} = 16 \times \sqrt{2}$

$= 16\sqrt{2}$

3) $(2\sqrt{2})^{3} = 2^{3} \times (\sqrt{2})^{3}$

$= 8 \times (\sqrt{2})^{2} \times \sqrt{2}$

$= 8 \times 2 \times \sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

[٤] $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٧}} = ٣^{٤+٥-٧} = ٣^{٢} = ٩$

[٥] $٤^{١٣} + ٤^{١٣} + ٤^{١٣} + ٤^{١٣}$
$= ٤ \times ٤^{١٣} = ٤^{١٤}$

[٦] $((\sqrt{٥})^{٢})^{٣} = (\sqrt{٥})^{٦} = ٥^{٣} = ١٢٥$

[٧] خمس العدد $٥^{١٠}$ هو $٥^{١٠} \div ٥ = ٥^{٩}$

[٨] $\sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٣}$
$= (\sqrt{٢})^{٦} = ٢^{٣} = ٨$

[٩] $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(\sqrt{٣})^{٤}}$
$= (\sqrt{٣})^{٥+٣-٤} = (\sqrt{٣})^{٤}$
$= ٣^{٢} = ٩$

[١٠] $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (-\sqrt{٣})^{٤}}{(-\sqrt{٣})^{٣}}$
$= \frac{(\sqrt{٣})^{٩}}{-(\sqrt{٣})^{٣}} = -(\sqrt{٣})^{٦} = -٣^{٣} = -٢٧$

[١١] $٥(\sqrt{٥})^{-١} = ٥ \times \frac{١}{\sqrt{٥}}$
$= ٥ \times \frac{١}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{\sqrt{٥}}{٥} \times ٥$
$= \sqrt{٥}$

مثال [٢] أوجد $\frac{(\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{-٢}}$ في أبسط صورة

الحل

$= (\sqrt{٣})^{٢+٤+٢} = (\sqrt{٣})^{٨}$
$= ٣^{٤} = ٨١$

مثال [٣] أوجد في أبسط صورة

$\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ **الحل**

$= \frac{(٣ \times ٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٣^{٢} \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$

$= \frac{٣^{-٢} \times ٥^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٣^{٢} \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$

$= ٣^{-٢-٢+٣} \times ٥^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣+٣}$

$= ٣^{-١} \times ٥^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٦}$

$= ٣^{-١} \times ٥^{-٢} \times ٥^{٣}$

$= ٣^{-١} \times ٥ = \frac{١}{٣} \times \frac{٥}{١} = \frac{٥}{٣}$

مثال [٤] أوجد في أبسط صورة

[١] $\frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٦^{٢ن+١}}$ **الحل**

$= \frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{(٢ \times ٣)^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٢ن+١} \times ٣^{٢ن+١}}$

$= ٢^{٢ن-٢ن-١} \times ٣^{٢ن-٢ن-١}$

$= ٢^{-١} \times ٣^{-١} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦}$

[٢] $\frac{(\sqrt{٢})^{-٤} \times (٢\sqrt{٧})^{-٢}}{(\sqrt{٧})^{-٢}}$ **الحل**

$= \frac{(\sqrt{٢})^{-٤} \times (\sqrt{٧})^{-٢} \times ٢^{-٢}}{(\sqrt{٧})^{-٢}}$

$= \frac{٢^{-٢} \times ٢^{-٢} \times (\sqrt{٧})^{-٢}}{(\sqrt{٧})^{-٢}} = ٢^{-٤}$

$= \frac{١}{١٦}$

مثال [٥] إختصر $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$

في أبسط صورة ثم إحسب الناتج عندما $س = ١$

الحل

$= \frac{(٢^{٢})^{س+١} \times (٣^{٢})^{٢-س}}{(٢ \times ٣)^{٢س}} = \frac{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٤-٢س}}{٢^{٢س} \times ٣^{٢س}}$

$= ٢^{٢س+٢-٢س} \times ٣^{٤-٢س-٢س}$

$= ٢^{٢} \times ٣^{٤-٤س}$

$= ٤ \times ٣^{٤-٤س}$ عند $س = ١$

$= ٤ \times ٣^{٤-٤\times١} = ٤ \times ٣^{٤-٤}$

$= ٤ \times ٣^{صفر} = ٤ \times ١ = \boxed{٤}$

مثال ٦ إثبت أن

$$\frac{(٢٧)^{س-١} \times ٨^{س}}{(٣\sqrt{٣})^{٢س} \times (٢\sqrt{٢})^{٢س}} = \frac{١}{٢٧}$$

الحل الأيمن $= \dfrac{(٣^{٣})^{س-١} \times (٢^{٣})^{س}}{٢^{٢س} \times (\sqrt{٢})^{٢س} \times ٣^{٢س} \times (\sqrt{٣})^{٢س}}$

$= \dfrac{٣^{٣س-٣} \times ٢^{٣س}}{٢^{٢س} \times ٢^{س} \times ٣^{٢س} \times ٣^{س}}$

$= ٣^{٣س-٣-٢س-س} \times ٢^{٣س-٢س-س}$

$= ٣^{-٣} \times ٢^{صفر} = \frac{١}{٢٧} \times ١ = \frac{١}{٢٧}$

= الأيسر

∴ الطرفان متساويان

المعادلات الأسية

١ إذا كان $أ^{ن} = أ^{م}$

∴ $\boxed{ن = م}$ ، $أ \in ح - \{٠، ١، -١\}$

إذا كان الأساس = الأساس

فإن الأس = الأس

مثال ١ $٢^{٢س+٥} = ٢$ أوجد س

الحل فإن $٢س + ٥ = ١$

$٢س = ١ - ٥$

$\frac{٢س}{٢} = \frac{-٤}{٢}$

∴ $\boxed{س = -٢}$

٢ إذا كان $أ^{ن} = ب^{ن}$

الأس = الأس ∴ $\boxed{الأس = صفر}$

مثال: إذا كان $٢^{٣س-٢} = ٥^{٣س-٢}$

أوجد قيمة س الحل

∵ الأساس ≠ الأساس ، الأس = الأس

∴ الأس = صفر ∴ $٣س - ٢ = ٠$

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٢}{٣}$ $\boxed{س = \frac{٢}{٣}}$

٣ إذا كان أحد الطرفين = ١

فإن الأس = صفر

مثال: إذا كان $٢^{س+٣} = ١$ أوجد قيمة س

الحل $س + ٣ = ٠$

$\boxed{س = -٣}$

مثال ١ أوجد قيمة ن في كل مما يأتي

١ $٣^{س-٢} = ٨١$ الحل

$٣^{س-٢} = ٣^{٤}$

$س - ٢ = ٤ \Leftarrow س = ٤ + ٢$

∴ $\boxed{س = ٦}$ ∴ م.ح = $\{٦\}$

٢ $(\frac{٢}{٥})^{٢س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$ الحل

$(\frac{٢}{٥})^{٢س-١} = (\frac{٢}{٥})^{٣}$

$٢س - ١ = ٣$

$٢س = ٣ + ١ \Leftarrow ٢س = ٤$

$س = \frac{٤}{٢} = ٢$ ∴ م.ح = $\{٢\}$

٣ $٤^{٢س-١} = ٩^{٢س-١}$

الأس = الأس ∴ الأس = صفر

$٢س - ١ = ٠$ $\frac{٢س}{٢} = \frac{١}{٢}$

∴ $\boxed{س = \frac{١}{٢}}$ ∴ م.ح = $\{\frac{١}{٢}\}$

④ $5^{7س-3} = 1$

الحل: الأس = صفر

$7س - 3 = 0$

$7س = 3$

$س = \frac{3}{7}$ ∴ م.ح = $\{\frac{3}{7}\}$

⑤ $5^{س^2 - 5س} = 1$

∴ $س^2 - 5س$ = صفر

$س(س - 5)$ = صفر

$س = 0$ | $س = 5$

∴ م.ح = $\{0 ، 5\}$

⑥ إذا كان $\frac{8^ن \times 9^ن}{(18)^ن} = 64$

أوجد قيمة ن

الأيمن = $\frac{(2^3)^ن \times (3^2)^ن}{(2 \times 3^2)^ن}$

$= \frac{2^{3ن} \times 3^{2ن}}{2^ن \times 3^{2ن}} = 2^{3ن - ن}$

$= 2^{2ن} = 64$

$2^{2ن} = 2^6$

$2ن = 6$ ، $ن = \frac{6}{2}$

$ن = 3$

⑦ $(\sqrt{3})^{س-1} = 9$ الحل

بتربيع الطرفين $(\sqrt{3})^{س-1} = 3^2$

$\left((\sqrt{3})^{س-1}\right)^2 = (3^2)^2$

$3^{س-1} = 3^4$

$س - 1 = 4 + 1$

$س = 5$

∴ م.ح = $\{5\}$

تمارين (٩)

[الأسس - المعادلات الأسية]

① أكمل ما يأتي

1) $(\sqrt{6})^3 \times (\sqrt{6})^5 = 6^{\cdots}$

2) إذا كان $أ = \sqrt{3}$ ، $ب = \sqrt{5}$ فإن $(\frac{أ}{ب})^2 = \cdots\cdots$

3) إذا كان $أ^7 = 3$ فإن $أ^{14} = \cdots\cdots$

4) إذا كان $3^س = 2$ فإن $3^{س+1} = \cdots\cdots$

4) إذا كان $5^ص = 7$ فإن $5^{ص-2} = \cdots\cdots$

5) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \cdots\cdots$

6) $3^5 + (\sqrt{3})^{10} - 2(3)^5 = \cdots\cdots$

7) ربع العدد 4^{20} هو ......

8) $\frac{1}{3}$ العدد 3^{23} هو ......

9) $4^{13} + 4^{13} + 4^{13} + 4^{13} = \cdots\cdots$

10) $2^5 + (\sqrt{2})^{10} = \cdots\cdots$

11) قيمة المقدار $3^{صفر} + (\frac{1}{\sqrt{3}})^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{27}}$

$= \cdots\cdots$

12) $(\frac{1}{2})^{-2} = \cdots\cdots$

13) $2^{-3} = \cdots\cdots$

14) إذا كان $س = \frac{\sqrt{6}}{6}$ فإن $س^{-1} = \cdots\cdots$

15) إذا كان $(س - 5)^{صفر} = 1$ فإن $س \in \cdots\cdots$

16) إذا كان $(\frac{3}{4})^5 = (\frac{4}{3})^س$ فإن $س = \cdots\cdots$

17) $(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}})^{-2} = \cdots\cdots$

18) إذا كان $2^س = 10$ ، $2^ص = 2$ فإن $2^{س-ص} = \cdots\cdots$

(١٩) إذا كانت $أ = ٥^{س}$ ، $ب = ٥^{-س}$

فإن $أ\,ب = $ ....

(٢٠) $\left(\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}\right)^{٢} = $ ....

(٢١) إذا كانت $س = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{٥}$ ،

$ص = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{-٥}$ فإن $س\,ص = $ .....

(٢٢) إذا كان $٣^{س-٢} = ١$ فإن $س = $ .....

(٢٣) إذا كان $٢^{س} = ٥$ ، فإن $٨^{س} = $ .....

(٢٤) إذا كان $٧^{٤-٢س} = ١$ فإن $س = $ .....

(٢٥) إذا كان $٥^{٥س-١٠} = ٧^{٥س-١٠}$ فإن

$س = $ ....

(٢٦) $٣^{١٥} + ٣^{١٤} = $ ....

(٢٧) $\left(\sqrt{٥} + \sqrt{٦}\right)^{٨} \left(\sqrt{٥} - \sqrt{٦}\right)^{٨} = $ .....

(٢٨) إذا كان $٢^{٢س} = ٤$ فإن $٢^{٥س} = $ ....

(٢٩) إذا كان $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن $س = $ .....

مثال ٢ أوجد في أبسط صورة كلاً مما يأتي

(١) $\dfrac{\left(\sqrt{٣}\right)^{٧} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٨}}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٦}}$

(٢) $\dfrac{\left(\sqrt{٥}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٣} \times \sqrt{٥}}{\left(\sqrt{٥}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٥}\right)^{٤}}$

(٣) $\dfrac{٤^{س-١} \times ٩^{س+٢}}{٦^{٢س}}$

(٤) $\dfrac{٢١^{س+١} \times ٩^{س}}{٢٧^{س} \times ٧^{س}}$

(٥) $\dfrac{\left(\sqrt{٢}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}}{٣ \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٩}}$

مثال ٣ أوجد قيمة س في كلاً مما يأتي

(١) $\dfrac{٧^{س} \times ٤^{س-١}}{(٢٨)^{س}} = ٢^{س}$

(٢) $\dfrac{٣^{س} \times ٨^{س}}{١٢^{س+١}} = \dfrac{١}{٣}$

(٣) $٣^{٢س} + ٣^{٢س} + ٣^{٢س} = ٢٤٣$

مثال ٤ أوجد قيمة س إذا كانت

$$\dfrac{٦^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٤^{٢ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٩^{-س}$$

مثال ٥ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في ح

(١) $٢^{٥س-١} = ٨$

(٢) $٥^{٣س-٢} = ٧^{٣س-٢}$

(٣) $\left(\sqrt{٥}\right)^{٢س} = \dfrac{١}{٥}$

(٤) $٣^{٢س-١} = $ صفر

(٥) $\left(\dfrac{٣}{٢}\right)^{٢س} = \dfrac{٤}{٩}$

مثال ٦ اثبت أن

$$\dfrac{٤^{ن+١} \times ٦^{١-٢ن}}{٩^{١-ن}} = \dfrac{٨}{٣}$$

مثال ٧ اثبت أن

$$\dfrac{(٢٧)^{س+١} \times ٨^{س}}{(٢٤)^{س} \times ٩^{س+١}} = ٣$$

مثال ٨ حل المعادلة الآتية في ح

$$٢^{س+١} + ٢^{س-١} = \dfrac{٣}{٢}$$

مثال ٩ أوجد قيمة س

حيث $٢^{س+١} - ٢^{س} = ٢$

مثال ١٠ حل المعادلة

$$٢^{٢} \times ٥^{س} = \dfrac{٤}{٢٥}$$

أفكار عامة ومتنوعة على الجبر

① أكمل ما يأتي

(١) إذا كان ١٢ س^{2} ص^{2} − ١٥ س^{3} ص^{2} = ل (٤ − ٥ س) س ص
فإن ل = ...

(٢) إذا كان س + ٢ص = ٤ ، س + ٣ص = ٥
فإن س^{2} + ٥ س ص + ٦ ص^{2} = ...

(٣) المقدار س^{2} + ٣س + أ يقبل التحليل
إذا كان أ = ...

(٤) (٩٩)^{2} − ١ = ...

(٥) (٩٩)^{2} + ٢(٩٩) + ١ = (........)^{2}
= ....

(٦) إذا كان س^{2} + ص^{2} = ٧ ، س ص = ٣
فإن (س − ص)^{2} = ...

(٧) إذا كان أ^{2} − ب^{2} = ٣٦ ، أ − ب = ٤
فإن $\sqrt{\text{أ + ب}}$ = ...

(٨) إذا كان (٣٦)^{2} − (٢٦)^{2} = ١٠ س
فإن س = ...

(٩) إذا كان (س + ص)^{2} = ١٢ ، س^{2} + ص^{2} = ٤
فإن س ص = ...

(١٠) إذا كان س عدداً زوجياً فإن العدد الزوجي التالي له هو ....

(١١) إذا كان عمر حنا الآن (٢س + ٣) سنة فإن عمرها منذ ٣ سنوات هو .... سنة

(١٢) إذا كان أربعة أمثال عدد = ٤٨
فإن ثلث هذا العدد = ...

[١٣] مجموعة حل المعادلة س^{2} − ٥ س = ٠ في ع
هي ....

[١٤] إذا كانت ٢$^{\text{س}}$ = ١٠ ، ٢$^{\text{ص}}$ = ٢ فإن
٢$^{\text{س − ص}}$ = ...

[١٥] إذا كانت ٣$^{\text{س}}$ = ٤ فإن ٣$^{\text{س + ١}}$ = ...

[١٦] ٢^{٢٠١٥} + ٢^{٢٠١٦} = ...

[١٧] إذا كان ٣$^{\text{س}}$ + ٣$^{\text{س}}$ + ٣$^{\text{س}}$ = ١ فإن س = ...

[١٨] إذا كانت (٢س − ٣)$^{\text{صفر}}$ = ١ فإن س ≠ ....

[١٩] إذا كان ٢$^{\text{س}}$ = ٩ ، ٣$^{\text{ص}}$ = ٤ فإن
س ص = ...

[٢٠] (٥$^{\text{س + ٢}}$ − ٥$^{\text{س + ١}}$) ÷ ٥$^{\text{س}}$ = ...

مثال ② إذا كان س + $\frac{1}{\text{س}}$ = ٥ أوجد قيمة
س^{2} + $\frac{1}{\text{س}^{2}}$ حيث (س ≠ ٠)

مثال ③ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً تاماً:

[١] س^{3} + س^{2} − ٣٦

[٢] ص − ٢٥

[٣] أ^{4} − ٧

[٤] (س + ٥)^{2} + ٢(س + ٥) − ٣

[٥] (س − ١)^{2} − (١ − س)^{2}

[٦] ٥$^{\text{٢س}}$ − ١

[٧] ٥$^{\text{٢س}}$ − ٣ × ٥$^{\text{س}}$ + ٢

[٨] (س − ٣)^{2} − ٩

[٩] س^{2} (أ + ٥) − ٤ (أ + ٥)

الوحدة الثالثة
الإحصاء
الاحتمال

← **التجربة العشوائية:**
هى تجربة نعرف جميع نواتجها مسبقاً ولكن لا نستطيع أن نحدد أى من النواتج سيظهر

← **فضاء العينة (ف):**
هو جميع نواتج التجربة العشوائية

← **الحدث (أ):**
هو جزء من فضاء العينة وهو الناتج الذى سيظهر

مثال عند إلقاء قطعة نقود نعرف أنه سيظهر صورة أو كتابة ولكن لا نستطيع بنسبة ١٠٠٪ تحديد الذى سيظهر فى هذه الحالة
ف = {صورة ، كتابة}

← إذا كان الناتج صورة فيكون الحدث أ هو ظهور الصورة

← وإذا كان الناتج كتابة فيكون الحدث ب هو ظهور الكتابة

← لحساب إحتمال الحدث

~~ل (أ) = ن (ف) / ن (أ) = العدد الكلى للنواتج / عدد عناصر~~

ل (أ) = ن (أ) / ن (ف) = عدد عناصر الحدث / العدد الكلى للنواتج

صفر ≤ الإحتمال ≤ ١

← إذا كان الإحتمال = صفر يكون حدث مستحيل

← إذا كان الاحتمال = ١ يكون حدث مؤكد

مثال

← إذا كان إحتمال نجاح يوسف ٠,٩ فإن إحتمال رسوبه ١ - ٠,٩ = ٠,١

← إذا كان إحتمال حضور نور ٧/٨ فإن إحتمال غيابها ٨/٨ - ٧/٨ = ١/٨

← إذا كان إحتمال حضور جودى ٧٧٪ فإن إحتمال رسوبها = ١٠٠٪ - ٧٧٪ = ٢٣٪

مثال ١ صندوق يحتوى على ١٠ كرات حمراء، ٥ كرات خضراء و ١٥ كرة صفراء سحبت كرة واحدة عشوائياً. إحسب إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة

١ حمراء　　٢ صفراء
٣ حمراء أو صفراء　　٤ حمراء أو خضراء أو صفراء
٥ ليست خضراء　　٦ زرقاء

الحل ① حمراء = ١٠/٣٠ = ١/٣

② صفراء = ١٥/٣٠ = ١/٢

③ حمراء أو صفراء = (١٠+١٥)/٣٠ = ٢٥/٣٠ = ٥/٦

④ حمراء أو صفراء أو خضراء = (١٠+١٥+٥)/٣٠ = ١ مؤكد

⑤ ليست خضراء = (١٠+١٥)/٣٠ = ٢٥/٣٠ = ٥/٦

⑥ زرقاء = صفر　حدث مستحيل

مثال ٢ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائياً إحسب أن يكون إحتمال العدد الناتج

١ عدداً زوجياً = $\frac{٢٠}{٤٠} = \frac{١}{٢}$

٢ عدداً أولياً = $\frac{١٢}{٤٠} = \frac{٣}{١٠}$

الأعداد الأولية هي

{٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١، ٣٧}

٢ عدداً مربع كامل = $\frac{٦}{٤٠} = \frac{٣}{٢٠}$

{١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦}

٣ عدد يقبل القسمة ٣ = $\frac{١٣}{٤٠}$

{٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ٢١، ٢٤، ٢٧، ٣٠، ٣٣، ٣٦، ٣٩}

٤ عدداً زوجياً ويقبل القسمة على ٣ = $\frac{٦}{٤٠} = \frac{٣}{٢٠}$ =

{٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ٣٠، ٣٦}

٥ لا يقبل القسمة على ١٠ = $\frac{٣٦}{٤٠} = \frac{٩}{١٠}$

٦ أولياً أقل من ٢٠ = $\frac{٨}{٤٠} = \frac{١}{٥}$

٧ عدد يقبل القسمة على ٥ = $\frac{٨}{٤٠} = \frac{١}{٥}$

{٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٣٥، ٤٠}

مثال ٣ فريق كرة قدم يلعب ٣٠ مباراة فإذا كان احتمال فوزه ٠٫٦ واحتمال تعادله ٠٫٣ أوجد

١ عدد المباريات التي يمكن أن يتعادل بها

= ٠٫٣ × ٣٠ = ٩ مباريات

٢ عدد مباريات الفوز =

٠٫٦ × ٣٠ = ١٨ مباراة

٣ عدد مباريات الخسارة =

٠٫١ × ٣٠ = ٣ مباريات

تمارين (١٠)
(الإحصاء)

١ أكمل ما يأتي

① إذا كان احتمال نجاح طالب ٠٫٨ فإن احتمال رسوبه ......

② إذا كان احتمال حضور طالب ٨٣٪ فإن احتمال غيابه ......

③ إذا كان احتمال حدوث حدث أ هو $\frac{١٧}{١٩}$ فإن احتمال عدم حدوث أ هو ......

④ إذا كان احتمال فوز الزمالك ٠٫٨٩ فإن احتمال خسارة الزمالك ......

٥ احتمال الحدث المؤكد = ...

٦ احتمال الحدث المستحيل = ...

٧ عند إلقاء قطعة نقود فإن احتمال ظهور صورة = ...

٨ عند إلقاء قطعة نقود فإن احتمال ظهور كتابة أو صورة = ...

٩ أي مما يأتي يمكن أن يمثل احتمال أحد الأحداث ......؟

[-٠٫٧٣ ، ١٫٢٣ ، ٧٩٪ ، $\frac{٤}{٣}$]

مثال ٢ صندوق يحتوي على ١٢ كرة حمراء، ٨ بيضاء، ٢٠ زرقاء إذا سحبت كرة عشوائياً احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة

١ بيضاء ٢ حمراء أو زرقاء

٣ ليست زرقاء ٤ صفراء

٥ ليست خضراء

مثال ٣ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٥ إذا سحبت بطاقة عشوائياً احسب احتمال أن يكون الناتج

١ مضاعف للعدد ٦ ② زوجي

③ أولي ④ مربع كامل ⑤ لا يقبل على ٧

⑥ مضاعف للعدد ٣ أو ٥ ⑦ مضاعف للعدد ٣ و ٥ معاً





أولاً: الجبــر



(١) محافظة القاهرة - إدارة عين شمس التعليمية

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) ٤ × ١٥ ÷ ١٢ - ٥ تساوى ....

(١) -٢ (٢) صفر (٣) ٢ (٤) ١

(ب) إذا كان س - ص = ٥، $س^٢$ + س ص + $ص^٢$ = ٧ فإن $س^٣$ - $ص^٣$ تساوى ....

(١) ٢ (٢) ٧ (٣) ١٢ (٤) ٣٥

(جـ) أكبر عدد يمكن تكوينه من الأرقام ٢ ، ٥ ، ٠ ، ٧ ، ٣ دون تكرار هو ....

(١) ٠٢٣٥٧ (٢) ٧٥٣٢٠ (٣) ٥٧٢٠٣ (٤) ٠٥٣٢٧

(د) $٣^{-٢}$ يساوى ....

(١) -٩ (٢) $\frac{-١}{٩}$ (٣) $\frac{١}{٩}$ (٤) ٩

(هـ) إذا كان أربعة أمثال عدد يساوى ٤٨ فإن ثلث العدد يساوى ....

(١) ٤ (٢) ٨ (٣) ١٢ (٤) ١٦

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(أ) إذا كان عمر زياد الآن س سنة فإن عمره منذ ثلاث سنوات هو ....

(ب) إذا كانت $٣^{س-١}$ = ٢٧ فإن س = ...

(جـ) (أ - ٢) (٢أ - ٣) = ... - ٧أ + ...

(د) فصل دراسى به ٢١ ولدًا ، ١٥ بنتًا، اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن يكون التلميذ المختار ولدًا يساوى ....

(هـ) إذا كان $س^٢$ - ٦ س + ك مربعًا كاملًا فإن ك تساوى ....



السؤال الثالث: حلل:

(أ) $ص^٢ - ٩ ص + ١٤$ (ب) $٢ س^٢ - ٩٨$

(جـ) $س^٣ - س^٢ + س - ١$ (د) $س^٣ - ٢٧$

السؤال الرابع:

(أ) اختصر: $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند س = ١

(ب) أوجد في ع مجموع حل المعادلة: $س^٢ - ٤ س = ٠$

السؤال الخامس:

(أ) ألقى حجر نرد مرة واحدة أوجد احتمال:

(١) ظهور عدد فردي. (٢) ظهور العدد صفر. (٣) ظهور العدد محصورًا بين صفر ، ٧

(ب) اختصر لأبسط صورة: $(\sqrt{٢})^٤ \times (\sqrt{٣})^٤$

(٢) محافظة القاهرة - إدارة وسط القاهرة التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) مجموعة حل المعادلة $س^٢ = س$ = ...

(١) {٠ ، ١} (٢) {٠} (٣) {١} (٤) {٠ ، -١}

(ب) إذا كان $٤ س^٢ + ك س + ٩$ مقدارًا مربعًا كاملًا فإن قيمة ك = ...

(١) ٦ (٢) ٣٦ (٣) ١٢ (٤) ٧٢

(جـ) إذا كان $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(١) $\frac{١}{٢}$ (٢) -٢ (٣) $\frac{-١}{٢}$ (٤) ٢

(د) ثلث العدد $٣^{١٠}$ هو ....

(١) $٣^{١١}$ (٢) $٣^٩$ (٣) $٣^{١٠}$ (٤) $٩^{١٠}$

(هـ) إذا كان $س^٢ - أ = (س + ٤)(س - ٤)$ فإن أ = ...

(١) ٤ (٢) ٨ (٣) ١٦ (٤) ٢

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(أ) إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٨٥٪ فإن احتمال رسوبه ....

(ب) إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ٢٧$ ، $س - ص = ٣$ فإن $س + ص =$ ....

(جـ) مجموعة حل المعادلة $٥س^٢ - ٤ = ١$ هى ....

(د) $س^٣ - ١ = (س - ......) (...... + ... + ١)$

(هـ) إذا كان $٢^{س} = ٣$ فإن $٢^{س+١} =$ ....

السؤال الثالث: حلل كلًّا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

(أ) $٢ س^٢ + ٧ س + ٣$

(ب) $أ س - ٧ أ + ٥ س - ٣٥$

(جـ) $٢ س^٣ - ١٦$

(د) $س^٢ - ٩$

السؤال الرابع:

(أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة: $س^٢ - س = ٢$

(ب) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٩^{س} \times ٣^{س-٢}}{(٢٧)^{س}}$

السؤال الخامس:

(أ) أوجد قيمة س إذا كان $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

(ب) صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون الرقم على البطاقة المسحوبة:

(١) عددًا أوليًا. (٢) عددًا يقبل القسمة على ٣ (٣) عددًا أكبر من أو يساوى ٦

(٣) محافظة القاهرة - إدارة المطرية التعليمية - مدرسة جابر الأنصارى الحديثة الخاصة

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٩ = ٠$ فى ح هى ....

(١) $\varnothing$ (٢) {-٣} (٣) {٣} (٤) {٣ ، -٣}

(ب) احتمال الحدث المؤكد = ...

(١) صفر (٢) ١ (٣) $\frac{١}{٢}$ (٤) $\frac{١}{٤}$

(جـ) إذا كان $٧^{س-٣} = ٥^{س-٣}$ فإن س = ...

(١) ٧ (٢) ٥ (٣) صفر (٤) ٣

(د) إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٨ فإن احتمال رسوبه = ...

(١) ٠,٨ (٢) ١ (٣) صفر (٤) ٠,٢

(هـ) إذا كان $س^{٢} -$ ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(١) ١٠ (٢) -١٠ (٣) ± ١٠ (٤) ٢٥

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

(أ) $(\sqrt{٣})^{-٤}$ = ...

(ب) إذا كان س - ص = ٧ ، س + ص = ٣ فإن $س^{٢} - ص^{٢}$ = ...

(جـ) إذا كان (س + ٣) أحد عاملي المقدار $س^{٢}$ + س - ٦ فإن العامل الآخر هو ....

(د) $(٧٣)^{٢} - (٢٧)^{٢}$ = ١٠٠ × ......

(هـ) ٦ $س^{٢}$ - ١١ س - ١٠ = (٢ س - .....) (..... + ٢)

السؤال الثالث: حلل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

(أ) $س^{٢}$ - ٧ س + ١٢ (ب) $س^{٣}$ + ٨

(جـ) أ س + أ ص + ب س + ب ص

السؤال الرابع:

(أ) اختصر لأبسط صورة $\frac{٤^{ن} \times ٩^{ن}}{٦^{٢ن}}$ (ب) أوجد قيمة س إذا كان $٣^{س-٢}$ = ٨١

السؤال الخامس:

(أ) أوجد مجموعة حل المعادلة في ح: $س^{٢}$ - ٨س + ١٥ = صفر

(ب) سحبت كرة واحدة بطريقة عشوائية من صندوق به ٣ كرات حمراء، و٤ كرات صفراء، و٥ كرات خضراء أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) صفراء. (٢) خضراء. (٣) ليست حمراء.



(٤) محافظة القاهرة - إدارة المرج التعليمية - مدرسة الشيخ غريب جلال ص.ع بنات

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كانت $٥^{س} = ٢$ فإن $٥^{س+٢} = $ ....

(١) ١٠ (٢) ٢٥ (٣) ٥٠ (٤) ٢٠

(ب) $٣^٤ + ٣^٤ + ٣^٤ = $ ....

(١) $٣^٣$ (٢) $٣^٥$ (٣) $٣^٤$ (٤) $٣^{١٢}$

(جـ) المقدار ٢٥ $س^٢$ + ١٠ س + حـ يكون مربعًا كاملًا عندما حـ = ...

(١) ٢ (٢) ٤ (٣) ١٦ (٤) ١

(د) $٢^{-٢} = $ ....

(١) -٤ (٢) $\frac{١}{٤}$ (٣) $-\frac{١}{٤}$ (٤) ٤

(هـ) إذا كان عمر وليد الآن س سنة فإن عمره بعد ٧ سنوات = ...

(١) س + ٧ (٢) ٧ س (٣) $س^{-٧}$ (٤) $س^٧$

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

(أ) إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، س + ص = ٨ فإن س - ص= ....

(ب) مجموعة حل المعادلة س (س + ١) = ٠ في ع هي ....

(جـ) $(\sqrt{٣})^٤ \times (\sqrt{٣})^٢ = ٣^{.....}$

(د) احتمال الحدث المستحيل = ...

(هـ) إذا كان (س - ٣) أحد عاملي المقدار $س^٢ + ٢س - ١٥$ فإن العامل الآخر هو ....

السؤال الثالث:

(أ) حلل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا كاملًا:

(١) ٢ $س^٢$ - ٥٤ (٢) أ س - ٧ أ + ٣ س - ٢١

(٣) ٢ $س^٢$ + ١٧ س + ٢١

(ب) استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة: $(٩٩)^٢ - ١$

السؤال الرابع:

(أ) أوجد مجموعة الحل للمعادلة: ٢ س^٢ − ٥س − ٣ = ٠ ، حيث س ∈ ع

(ب) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٢^{س} \times ٩^{س+١}}{١٨^{س}}$

السؤال الخامس:

(أ) أوجد قيمة س إذا كان ٥^{س−٢} = ١٢٥

(ب) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور...؟

(١) عدد أولي　　(٢) عدد يقبل القسمة على ٣

(٥) محافظة القاهرة - إدارة المطرية التعليمية - مدرسة أم المؤمنين ع بنات　مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كان س^٢ − ص^٢ = ١٢، س + ص = ٤ فإن س − ص = ...

(١) ٣　(٢) ١٦　(٣) ٤　(٤) ٨

(ب) المقدار س^٢ + ١٠ س + ك يكون مربعًا كاملًا فإن ك = ...

(١) ٢٥　(٢) ٢٤　(٣) ٥٠　(٤) ١٦

(جـ) مجموعة حل المعادلة س (س − ٣) = ٠ في ع هي ....

(١) {٣}　(٢) {−٣}　(٣) {٠ ، ٣}　(٤) {٠ ، −٣}

(د) احتمال الحدث المؤكد = ...

(١) صفر　(٢) ١　(٣) −١　(٤) ٢

(هـ) إذا كان $(\frac{٢}{٣})^{س}$ = ١ فإن س = ...

(١) صفر　(٢) ١　(٣) −١　(٤) ٢

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

(أ) ٤ س^٢ − ٢٠ س + ٢٥ = (...... − ......)^٢

(ب) إذا كان ٢^{س−٥} = ١ فإن س = ...

(جـ) إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٦٥ فإن احتمال رسوبه = ...

(د) أ + ب = ٣ فإن ٥ (أ + ب) = ...

(هـ) إذا كان (س - ٥) أحد عاملي المقدار $س^٢ - ٢ س - ١٥$

فإن العامل الآخر ....

السؤال الثالث: حلل تحليلًا كاملًا:

(أ) $س^٢ + ٧ س - ٨$ (ب) $٢ س^٢ - ٣٢$

(جـ) $س^٣ - ٦٤$ (د) أ س + ٣ س + ٧ أ + ٢١

السؤال الرابع:

(أ) أوجد مجموعة حل المعادلة:

(١) $س^٢ + ٢ س - ٨ = ٠$ ، حيث س ∈ ع

(٢) ٢ س + ٣ ≥ ١١ ، حيث س ∈ ط

(ب) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٨^{س} \times ٢٧^{س}}{(٦)^{٣س}}$

السؤال الخامس:

(أ) صندوق به ١٥ كرة متماثلة ٧ كرات حمراء، ٥ كرات زرقاء، ٣ كرات خضراء، تم سحب كرة عشوائيًا، احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) حمراء. (٢) ليست زرقاء.

(ب) عددان موجبان أحدهما يزيد على الآخر بمقدار ٤ وحاصل ضربهما يساوى ١٢ فما هما العددان؟

(٦) محافظة الجيزة - إدارة أبو النمرس التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) احتمال الحدث المستحيل = ...

(١) ∅ (٢) ١- (٣) ١ (٤) صفر

(ب) إذا كان $٢^{س} = ٣$ فإن $٢^{س+١}$ = ...

(١) ٦- (٢) ٦ (٣) ٤ (٤) ٨

(جـ) خارج قسمة ٦٠٤ ÷ ٦٠٤, ٠ هو ....

(١) ١ (٢) ١٠ (٣) ١٠٠ (٤) ١٠٠٠

(د) إذا كانت $س^٢ - ص^٢ = ١٥$، س + ص = ٥ فإن س - ص = ...

(١) ٣ (٢) ٥ (٣) ٢٠ (٤) ٤٥

(هـ) إذا كان المقدار $س^٢ + ك س + ٩$ يكون مربعًا كاملًا عندما ك = ...

(١) ٦ (٢) ٣ (٣) ٩ (٤) ١٢

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

(ا) إذا كان (س + ٢) أحد عاملي المقدار $س^٢ - ٢ س - ٨$ فإن العامل الآخر = ...

(ب) $(٣)^٧ \div (٣)^٥$ = ...

(جـ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٧}{١٦}$ ، .... (بنفس النمط)

(د) إذا كان $س^٣ + ٨ = (س + ك)(س^٢ - ٢ س + ٤)$ فإن ك = ...

(هـ) إذا كان $٣^{س-٢} = ١$ فإن س = ...

السؤال الثالث: حلل تحليلًا كاملًا:

(ا) $س^٢ - ٤٩$

(ب) $س^٢ - ٥ س + ٦$

(جـ) $ص^٣ + ٢٧$

(د) ب س + ٢ س + ب ص + ٢ ص

السؤال الرابع:

(ا) أوجد مجموعة حل المعادلة في ح: $س^٢ = ٥ س$

(ب) اختصر لأبسط صورة $\frac{٢^{ن} \times ٩^{ن+١}}{١٨^{ن}}$

السؤال الخامس:

(ا) أوجد قيمة س فيما يأتي: $٥^{س-١} = ١٢٥$

(ب) صندوق به ٤ كرات حمراء، ٥ كرات خضراء، ٦ كرات زرقاء، وكانت جميع الكرات متماثلة، فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيًا فاحسب احتمال:

(١) أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

(٢) أن تكون الكرة المسحوبة خضراء.

(٣) أن تكون الكرة المسحوبة ليست زرقاء.

(٧) محافظة الجيزة - إدارة الحوامدية التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: أكمل ما يأتى:

(أ) إذا كان $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن س= ....

(ب) مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ٩ = ٠$ فى ح هى ....

(جـ) إذا كان احتمال رسوب طالب هو ٣٠٪ فإن احتمال نجاحه ....

(د) إذا كان $٣^{س} = ٨١$ فإن س = ...

(هـ) $(٢٥)^٢ - (٢٠)^٢ = ٥ \times$ ....

السؤال الثانى: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كان $س^٣ - ٨ = (س - ٢)(س^٢ + ك + ٤)$ فإن ك = ...

(١) −٢ س (٢) −٤ س (٣) ٢ س (٤) ٤ س

(ب) إذا ألقى حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور الرقم ٥ هو ....

(١) $\frac{٥}{٦}$ (٢) $\frac{١}{٦}$ (٣) واحد (٤) صفر

(جـ) إذا كان $٧^{س-٣} = ٣^{س-٣}$ فإن س = ...

(١) ١ (٢) ٢ (٣) ٣ (٤) ٥

(د) $س^٣ + ٧ س^٢ = س^٢$ (............)

(١) $س^٢ + ٧$ (٢) ٧س + ١ (٣) س + ١ (٤) س + ٧

(هـ) $س^٤ + ١٦$ يمكن تحليله بإكمال المربع بإضافة ....

(١) $\pm ٨ س^٢$ (٢) $٢ س^٢$ (٣) $٨ س^٤$ (٤) $\pm ٤ س^٢$

السؤال الثالث: حلل تحليلًا كاملًا:

(أ) $س^٣ + ١٢٥$ (ب) $س^٤ - ١٦$

(جـ) أ س + ب س + أ ص + ب ص (د) $٢س^٢ + ٥ س - ٣$

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان: $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{١٨^{س}} = ٦٤$ فأوجد قيمة س

(ب) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة: $س^٢ - ٧ س + ١٢ =$ صفر

السؤال الخامس:

صندوق يحتوى على ٨ كرات حمراء، ٤ كرات بيضاء، ٥ كرات سوداء حيث جميع الكرات متماثلة، سحبت كرة واحدة عشوائيًا احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) حمراء. (٢) خضراء. (٣) ليست بيضاء.

(٨) محافظة الإسكندرية - إدارة المنتزه التعليمية - مدرسة الوطنية الخاصة

مجاب عنه

السؤال الأول: أكمل ما يأتى:

(أ) $س^٢ - ٣٦ = (س + ...) (س - .....)$

(ب) إذا كان $٢^{س - ٥} = ٨$ فإن س = ...

(جـ) .... $- ٢٧ = (س - ٣) (س^٢ + ٣ س + ...)$

(د) إذا كان: $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$، وكانت س - ص = ٤ فإن س + ص = ...

(هـ) احتمال الحدث المؤكد = ...

السؤال الثانى: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كان $س^٢ + ك س + ٤$ مربعًا كاملًا فإن قيمة ك = ...

(١) ± ٤ (٢) ± ٢ (٣) ± ٥ (٤) ± ٣

(ب) إذا كان احتمال نجاح طالب فى مادة الرياضيات ٨٠٪ فإن احتمال رسوبه ....

(١) ٨٠٪ (٢) ٢٠٪ (٣) ٢٥٪ (٤) ٥٠٪

(جـ) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٩ =$ صفر فى ح هى ....

(١) ∅ (٢) ± ٣ (٣) ٩ (٤) {٥ ، -٥}

(د) $٥^{-٢} =$ ....

(١) ٢٥ (٢) ± ٢٥ (٣) -٢٥ (٤) $\frac{١}{٢٥}$

(هـ) إذا كان عمر رجل الآن س فإن عمره بعد ٣ سنوات هو ....

(١) س + ٣ (٢) س - ٣ (٣) ٥ س (٤) $س^٢$

السؤال الثالث: حلل تحليلًا كاملًا:

(أ) $س^٣ - ٨$ (ب) $س^٢ - ٧س + ١٢$

جبر ٣٥ ع٢

(جـ) أ س + أ ص + ب س + ب ص   (د) 25 س^{2} − 60 س + 36

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان $8^{\text{س}-2} = 8^{5}$ فأوجد قيمة س   (ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{9^{\text{س}} \times 4^{\text{س}}}{6^{2\text{س}}}$

السؤال الخامس:

(أ) أوجد مجموعة حل المعادلة فى ع : س^{2} + 5 س + 6 = صفر

(ب) صندوق يحتوى على ٧ كرات حمراء، ٥ كرات زرقاء، ٣ كرات خضراء، فإذا سحبت كرة عشوائيًا فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة؟

(١) حمراء.   (٢) ليست زرقاء.   (٣) سوداء.

(٩) محافظة الإسكندرية - إدارة المنتزه التعليمية



السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كانت (س − ٣)$^{\text{صفر}}$ = ١ فإن س ∈ ....

(١) ع   (٢) {٣}   (٣) {−٣}   (٤) ع − {٣}

(ب) س^{2} − .... = (س − ٥) (س + ٥)

(١) ١٠   (٢) ٢٥   (٣) −١٠   (٤) −٢٥

(جـ) إذا كان احتمال نجاح طالب = ٨٥٪ فإن احتمال رسوبه = ...

(١) ١٠٠٪   (٢) ١٥٪   (٣) ٠,٦   (٤) غير ذلك

(د) $(2)^{4} + (2)^{4}$ = ...

(١) $(2)^{16}$ (٢) $(2)^{8}$ (٣) $(2)^{5}$ (٤) ٨

(هـ) مجموعة حل المعادلة فى ط: س + ١ = ٣ هى ....

(١) ٢   (٢) {−٢}   (٣) ∅   (٤) {٢}

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(أ) إذا كانت: س^{3} − ص^{3} = ١٢، س^{2} + س ص + ص^{2} = ٤ فإن س − ص = ...

(ب) إذا كانت: س$^{-1}$ = ٩ فإن $\frac{1}{\text{س}}$ = ...

جبر ٣٦ ع٢

(جـ) إذا كان المقدار: ٤ س^{٢} + ٢٠ س + ك مربعًا كاملًا فإن قيمة ك = ...

(د) $(\sqrt{٥} - \sqrt{٢})^{٢} (\sqrt{٥} + \sqrt{٢})^{٢}$ = ...

(هـ) إذا كانت س > ٣ فإن س − ١ > .... حيث س ∈ ط

السؤال الثالث: حلل تحليلًا كاملًا:

(أ) س^{٣} + ٢٧ (ب) س^{٣} − ٤ س

(جـ) أ س − ٧ أ + ٣ س − ٢١

السؤال الرابع:

(أ) أوجد مجموعة حل المعادلة فى ح: س^{٢} − ٦ س + ٩ = صفر

(ب) اختصر لأبسط صورة $(٢)^{-١} - \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} + (٢)^{صفر}$

السؤال الخامس:

(أ) إذا كانت $(٣)^{س-٤} = ٩$ فأوجد قيمة س حيث س ∈ ح

(ب) صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المكتوب عليها. أوجد:

(١) احتمال أن يكون العدد زوجيًا.

(٢) احتمال أن يكون العدد أكبر من ٧

(٣) احتمال أن يكون العدد يقبل القسمة على ١١

(١٠) محافظة الإسكندرية - إدارة شرق التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) إذا كان س^{٢} − ٦ س + ك مربعًا كاملًا فإن ك تساوى ....

(١) −٤ (٢) ١٦ (٣) ٩ (٤) ٢٦

(ب) إذا كان أحد عاملى المقدار س^{٢} + س − ٦ هو (س + ٣) فإن العامل الآخر هو ....

(١) (س − ٢) (٢) (س − ٣) (٣) (س − ٦) (٤) (س + ٦)

(جـ) إذا كان ك يمثل عددًا سالبًا فأى من الآتى يمثل عددًا موجبًا ....

(١) ك^{٢} (٢) ك^{٣} (٣) ٢ ك (٤) $\frac{ك}{٢}$

(د) $٣^{-٢}$ يساوى ....

(١) −٩ (٢) $\frac{١}{٩}$ (٣) $\frac{-١}{٩}$ (٤) ٩

(هـ) $\frac{١}{٨}$ = ...

(١) ٢٥ (٢) ١,٢٥ (٣) ١٢,٥ (٤) ٠,١٢٥

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(أ) س^{٣} − .... = (س − ٢) (....... + ٢ س + ٤)

(ب) خارج قسمة ٦٠٤ ÷ ٠,٦٠٤ يساوى ....

(جـ) $(\sqrt{٢})^{صفر} \times (\sqrt{٢}) \times (\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٣}$ = ...

(د) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى ....

(هـ) العدد $\frac{١}{(\sqrt{٥})^{-٢}}$ فى أبسط صورة = ...

السؤال الثالث:

(أ) إذا كان $٣^{س-١} = ٢٧$ فأوجد قيمة س

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية فى ح: س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠

السؤال الرابع:

(أ) حلل كلًّا من المقادير الآتية:

(١) س^{٢} − ٥ س (٢) ٤ س^{٢} − ٩ (٣) ٢ س^{٢} + ٧ س + ٣

(ب) اختصر ما يأتى لأبسط صورة: $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$

السؤال الخامس:

(أ) حلل المقدار الآتى: أ س − ٧ أ + ٣ س − ٢١

(ب) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء، ٤ كرات صفراء، ٥ كرات خضراء أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

(١) صفراء. (٢) خضراء (٣) ليست حمراء

سلسلة الامتياز



الرياضيات

((الهندســــة))

للصف الثاني الإعدادي

إعداد/

الأستاذ/وليد محمد عكاشة

ت/ ٠١٠٠٢٠٩٧٨٦٦

نسخة مجانية توزع على طلبة المجموعات المدرسية

الهندسة

الوحدة الرابعة (المساحات)

[1] نظريات المساحات

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه

[1] كل ضلعان متقابلات متساويان في الطول ومتوازيان

[2] كل زاويتان متقابلتان متساويتان في القياس

[3] كل زاويتان متتاليتان متكاملتان (مجموعهم $180°$)

[4] القطران ينصف كلاً منهما الآخر

نظرية (1)

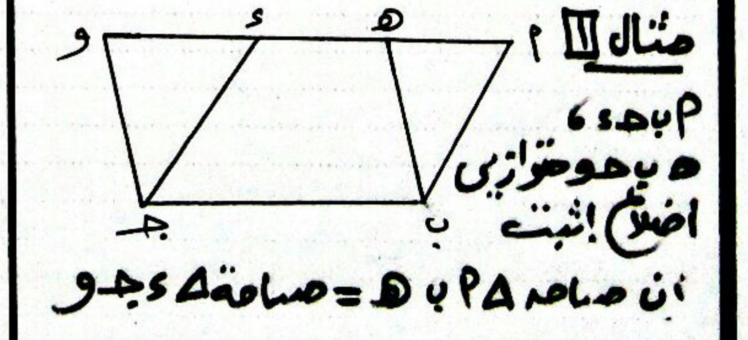
سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين في قاعدة واحدة ومحصوران بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة.

∵ $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة

∵ $\overline{أو}$ // $\overline{بجـ}$

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ هـ ب جـ و

مثال [1]



أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيي أضلاع إثبت أن مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د جـ و

البرهان: ∵ ▱ ▱ أ ب جـ د ، هـ ب جـ و فيهما $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة

∵ $\overline{بجـ}$ // $\overline{أو}$

∴ م ▱ أ ب جـ د = م ▱ هـ ب جـ و

بطرح مساحة الشكل هـ ب جـ د من الطرفين

ينتج أن م Δ أ ب هـ = م Δ د جـ و #

نتيجة هامة :-

مساحة سطح المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة المشتركة

مثال (2)

أ ب جـ د متوازي أضلاع إذا كانت مساحة ▱ أ ب جـ د = 40 سم^2

أوجد مساحة Δ س ب جـ

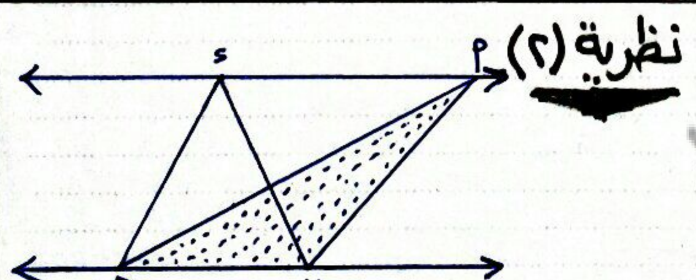
الحل ∵ Δ س ب جـ ، ▱ أ ب جـ د مشتركان في $\overline{بجـ}$ قاعدة ، $\overline{أد}$ // $\overline{بجـ}$

∴ م Δ س ب جـ = $\frac{1}{2}$ م ▱ أ ب جـ د

∵ م ▱ أ ب جـ د = 40 سم^2

∴ م Δ س ب جـ = 20 سم^2 #

نظرية (2)



"المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان متساويين في المساحة"

∵ $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة

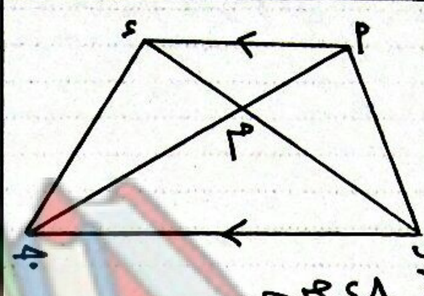
$\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$

∴ م △ أبجـ = م △ دبجـ

مثال (٣)

$\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$

إثبت أن



م △ أبم = م △ دمجـ

البرهان △△ أبجـ ، دبجـ

∵ $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة

∵ $\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$

∴ م △ أبجـ = م △ دبجـ

بطرح م △ م بجـ من الطرفين

∴ م △ أبم = م △ دمجـ #

مثال ٤ $\overline{ده} \parallel \overline{بجـ}$

أثبت أن

م △ أدجـ = م △ أهب

البرهان

△△ دهب ، دهجـ

فيهما $\overline{ده}$ قاعدة مشتركة

، $\overline{ده} \parallel \overline{بجـ}$

∴ م △ دبه = م △ دجـه

بإضافة م △ أده للطرفين

∴ م △ أدجـ = م △ أهب #

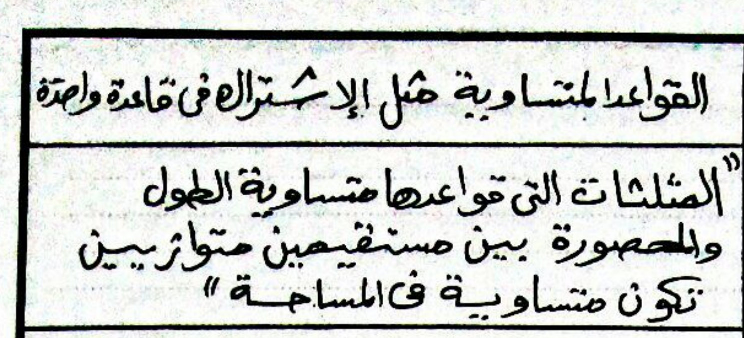
نتيجة هامة (١)

∵ $\overleftrightarrow{أد} \parallel \overleftrightarrow{هجـ}$

، هو = بجـ

قاعدتين متساويتين

∴ م △ دهو = م △ أبجـ



القواعد المتساوية مثل الاشتراك في قاعدة واحدة

"المثلثات التي قواعدها متساوية الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية في المساحة"

نتيجة (٢) "متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة"

∵ $\overline{سم}$ متوسط في △ س ص ع

∴ م △ س ص م = م △ س م ع

مثال ٥ $\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$

إثبت أن

١ م △ أم ب = م △ دمجـ

٢ م الشكل أبهم = م الشكل دجـهم

البرهان △ أبجـ ، △ دبجـ مرسومان على قاعدة واحدة هي $\overline{بجـ}$ ،

∵ $\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$

∴ م △ أبجـ = م △ دبجـ

بطرح م △ م بجـ من الطرفين

∴ م △ أبم = م △ دجـم # ①

∵ $\overline{مهـ}$ متوسط في △ م بجـ

∴ م △ م هب = م △ م هجـ ← ②

بجمع ① ، ② ينتج أن

مساحة الشكل أبهم = مساحة الشكل دجـهم #

مثال ٦ $\overline{أد}$ متوسط في △ أبجـ

إثبت أن

م △ أبهـ = م △ أجـهـ

البرهان ∵ $\overline{أد}$ متوسط في △ أبجـ

∵ م Δ أ د ب = م Δ أ د جـ ← ①

∵ هـ د متوسط في Δ هـ ب جـ

∴ م Δ هـ ب د = م Δ هـ جـ د ← ②

بطرح ② من ①

∴ م Δ أ ب هـ = م Δ أ جـ هـ #

مثال ⑦ د منتصف ب جـ ، هـ منتصف أ ب ، اثبت أن

مساحة Δ أ هـ د = $\frac{1}{4}$ م Δ أ ب جـ

البرهان ∵ أ د متوسط في Δ أ ب جـ

∴ م Δ أ ب د = م Δ أ جـ د

∴ م Δ أ ب د = $\frac{1}{2}$ م Δ أ ب جـ ← ①

∵ د هـ متوسط في Δ أ د ب

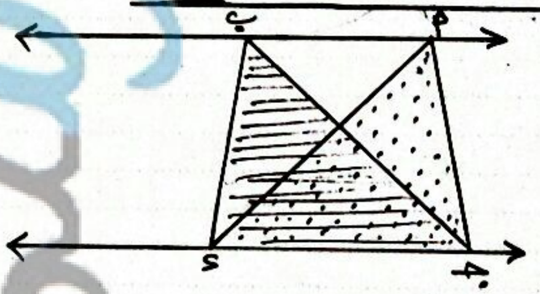
∴ م Δ أ هـ د = م Δ ب هـ د

∴ م Δ أ هـ د = $\frac{1}{2}$ م Δ أ ب د ← ②

من ① ، ② ينتج أن

م Δ أ هـ د = $\frac{1}{4}$ م Δ أ ب جـ #

نظرية (٣) عكس نظرية (٢)



∵ م Δ أ جـ د = م Δ د جـ ب

∵ د جـ قاعدة مشتركة

∴ أ ب // جـ د

"المثلثان المتساويان في المساحة ومرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها يكون رأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة"

مثال ⑧ في الشكل المقابل

م Δ أ م ب = م Δ د م جـ

إثبت أن

أ د // ب جـ

البرهان

∵ م Δ أ م ب = م Δ د م جـ

بإضافة م Δ م ب جـ للطرفين ينتج أن

م Δ أ ب جـ = م Δ د ب جـ

وهما مرسومان على قاعدة واحدة ب جـ

∴ أ د // ب جـ #

مثال ⑨ في الشكل المقابل

م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب

إثبت أن

د هـ // ب جـ

البرهان

∵ م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب معطى

بطرح م Δ أ د هـ من الطرفين ينتج أن

م Δ د ب هـ = م Δ د جـ هـ

وهما مشتركتان في القاعدة د هـ

∴ د هـ // ب جـ #

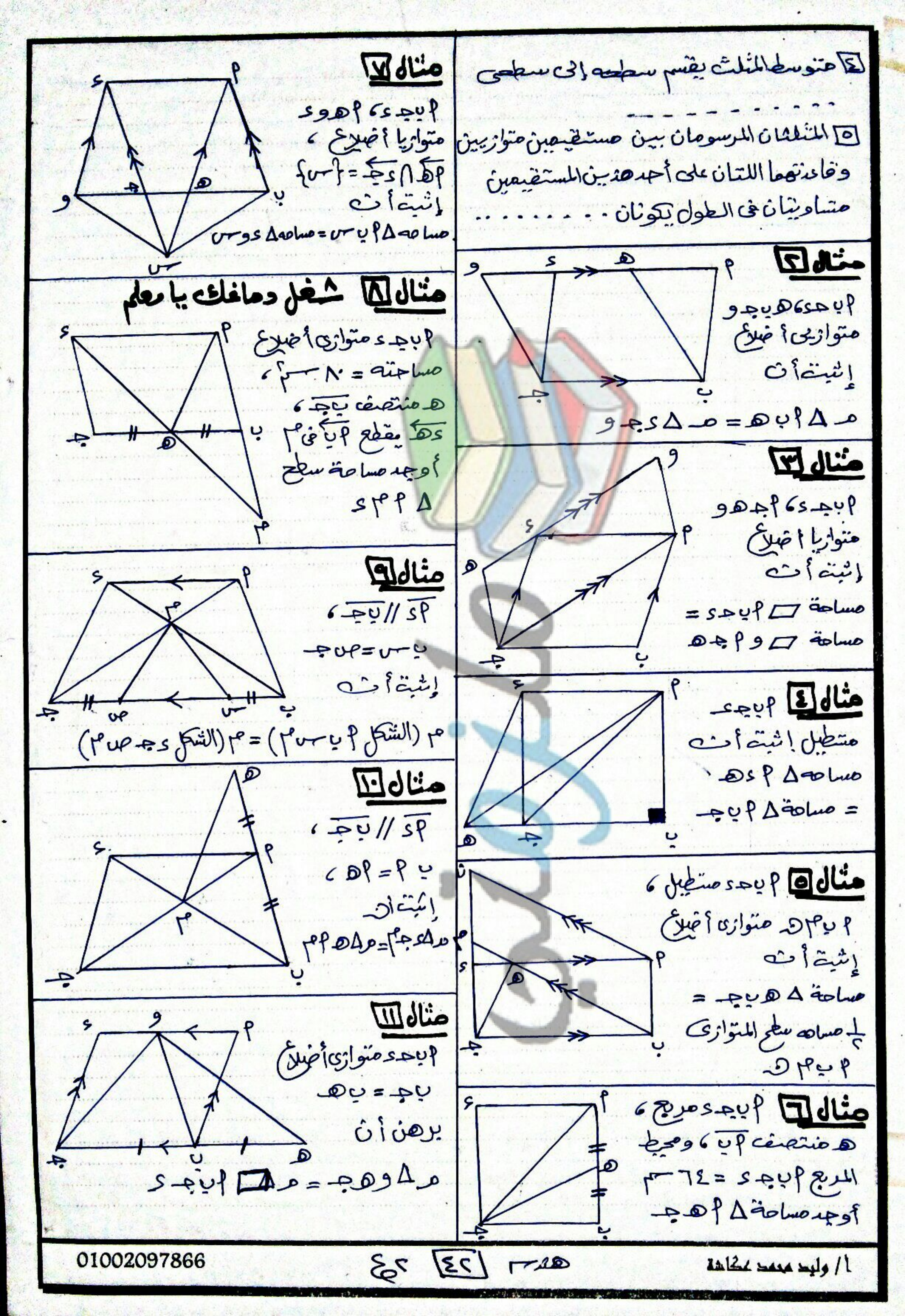
تمارين (١)

① أكمل ما يأتي :-

① سطحا متوازيي أضلاع مشتركتين في القاعدة ومحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

② مساحة سطح المثلث .... مساحة سطح متوازي الأضلاع المشترك معه في .... والمحصور معه بين مستقيمين .... لهذه القاعدة

③ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان ....



④ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحين ....

⑤ المثلثان المرسومان بين مستقيمين متوازيين وقاعدتهما اللتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان في الطول يكونان ....

مثال ②
أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع
إثبت أن
م △ أ ب هـ = م △ د جـ و

مثال ③
أ ب جـ د ، أ جـ هـ و متوازيا أضلاع
إثبت أن
مساحة ▱ أ ب جـ د =
مساحة ▱ و أ جـ هـ

مثال ④
أ ب جـ د مستطيل إثبت أن
مساحة △ أ د هـ
= مساحة △ أ ب جـ

مثال ⑤
أ ب جـ د مستطيل ،
أ ب م هـ متوازي أضلاع
إثبت أن
مساحة △ هـ ب جـ =
$\frac{1}{2}$ مساحة سطح المتوازي
أ ب م هـ

مثال ⑥
أ ب جـ د مربع ،
هـ منتصف $\overline{أب}$ ، ومحيط
المربع أ ب جـ د = ٦٤ سم
أوجد مساحة △ أ هـ جـ

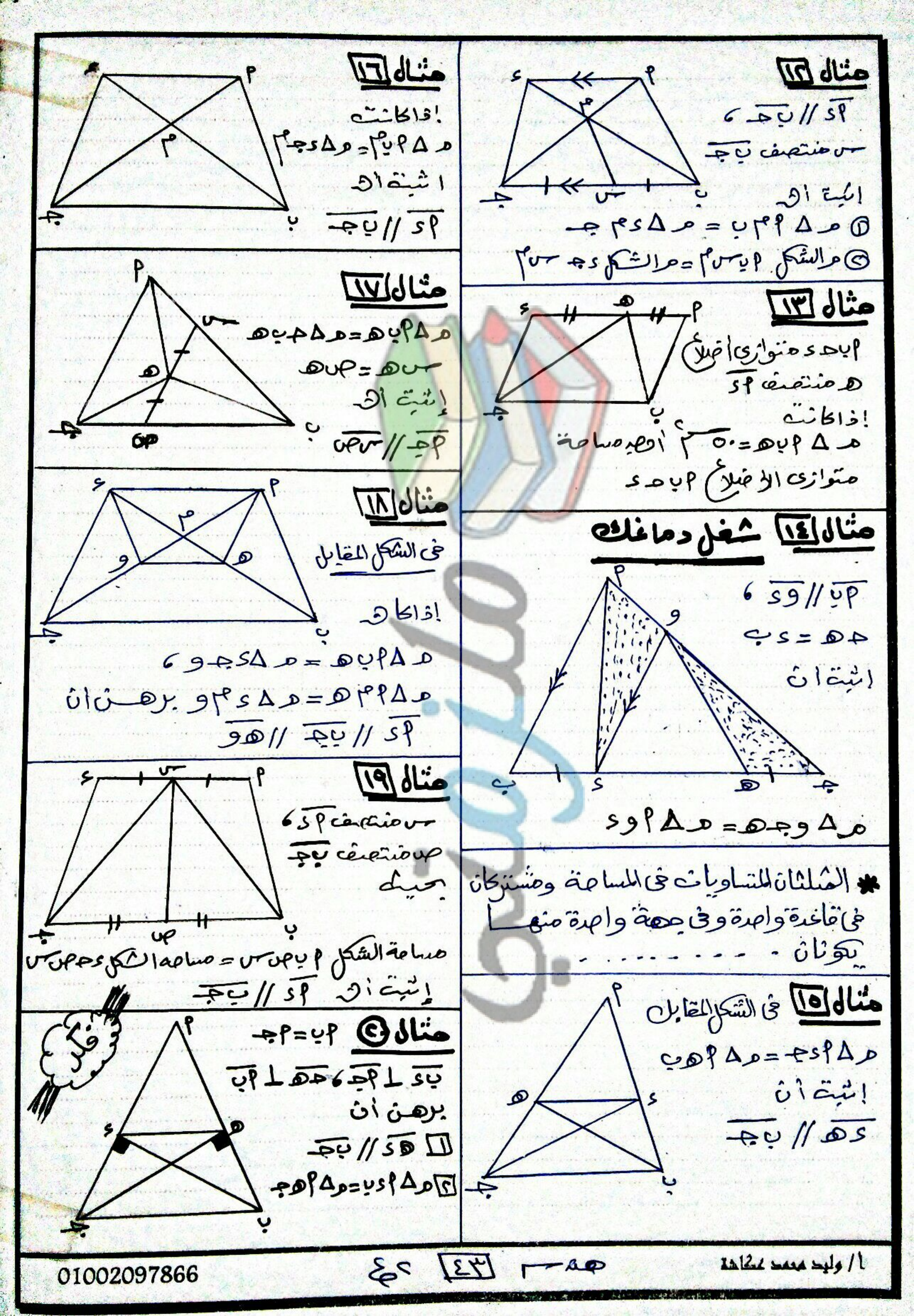
مثال ⑦
أ ب جـ د ، أ هـ و د متوازيا أضلاع ،
$\overleftrightarrow{أهـ} \cap \overleftrightarrow{دجـ} = \{س\}$
إثبت أن
مساحة △ أ ب س = مساحة △ د و س

مثال ⑧ شغل دماغك يا معلم
أ ب جـ د متوازي أضلاع
مساحته = ٨٠ سم^٢ ،
هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ،
$\overrightarrow{دهـ}$ يقطع $\overrightarrow{أب}$ في م
أوجد مساحة سطح
△ أ م د

مثال ⑨
$\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$ ،
ب س = ص جـ
إثبت أن
م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل د جـ ص م)

مثال ⑩
$\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$ ،
ب أ = أ هـ ،
إثبت أن
م △ د جـ م = م △ هـ أ م

مثال ⑪
أ ب جـ د متوازي أضلاع
ب جـ = ب هـ
برهن أن
م △ و هـ جـ = م ▱ أ ب جـ د



مثال ١٢

أد // بجـ ،

س منتصف بجـ

اثبت أن

① م △ أ م ب = م △ د م جـ

② م الشكل أ ب س م = م الشكل د جـ س م

مثال ١٣

أ ب جـ د متوازي أضلاع

هـ منتصف أد

إذا كانت

م △ أ ب هـ = ٥٠ سم² أوجد مساحة

متوازي الأضلاع أ ب جـ د

مثال ١٤ **شغل دماغك**

أب // و د ،

جـ هـ = د ب

اثبت أن

م △ و جـ هـ = م △ أ و د

* المثلثان المتساويان في المساحة ومشتركان

في قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها

يكونان ....

مثال ١٥ في الشكل المقابل

م △ أ د جـ = م △ أ هـ ب

اثبت أن

د هـ // ب جـ

مثال ١٦

إذا كانت

م △ أ ب م = م △ د جـ م

اثبت أن

أد // ب جـ

مثال ١٧

م △ أ ب هـ = م △ جـ ب هـ

س هـ = ص هـ

اثبت أن

أجـ // س ص

مثال ١٨

في الشكل المقابل

إذا كان

م △ أ ب هـ = م △ د جـ و ،

م △ أ م هـ = م △ د م و . برهن أن

أد // ب جـ // هـ و

مثال ١٩

س منتصف أد ،

ص منتصف ب جـ

بحيث

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل د جـ ص س

اثبت أن أد // ب جـ

مثال ٢٠ أ ب = أ جـ

ب د ⊥ أ جـ ، جـ هـ ⊥ أ ب

برهن أن

① هـ د // ب جـ

② م △ أ د ب = م △ أ هـ جـ

٣ مساحات بعض الأشكال الهندسية

١ متوازي الأضلاع

مساحة متوازي الأضلاع

= طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= أ ب × د هـ

= ب جـ × د و

* طول القاعدة الكبرى = مساحة المتوازي ÷ الارتفاع الأصغر

* طول القاعدة الصغرى = مساحة المتوازي ÷ الارتفاع الأكبر

* الارتفاع الأصغر = مساحة المتوازي ÷ القاعدة الكبرى

* الارتفاع الأكبر = مساحة المتوازي ÷ القاعدة الصغرى

ملحوظة هامة

"في متوازي الأضلاع الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الكبرى والارتفاع الأكبر يقابل القاعدة الصغرى"

مثال ١ أ ب جـ د متوازي أضلاع مساحته ٣٠ سم² وطول قاعدته ٦ سم، فإن طول ارتفاعه المناظر = ... سم

الارتفاع = المساحة ÷ طول القاعدة = ٣٠ ÷ ٦ = ٥ سم

مثال ٢

أ ب جـ د متوازي أضلاع د هـ ⊥ ب جـ، د و ⊥ أ ب، ب جـ = ٦ سم، د هـ = ٢ سم، د و = ٤ سم أوجد طول أ ب

الحل

مساحة المتوازي = طول القاعدة × الارتفاع

أ ب × د و = ب جـ × د هـ

٤ × أ ب = ٦ × ٢

أ ب = ١٢ ÷ ٤ = ٣ سم

لاحظ أن: الارتفاع الأكبر ÷ القاعدة الكبرى = الارتفاع الأصغر ÷ القاعدة الصغرى

مثال ٣ متوازي أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم، ٩ سم وطول ارتفاعه الأكبر ٦ سم أوجد مساحته وطول ارتفاعه الأصغر

الحل

مساحة المتوازي = القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

= ٦ × ٦ = ٣٦ سم² # ①

القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر = القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

= ٩ × الارتفاع الأصغر = ٦ × ٦

∴ الارتفاع الأصغر = المساحة ÷ القاعدة الكبرى

= (٦ × ٦) ÷ ٩ = ٣٦ ÷ ٩ = ٤ سم #

٢ المثلث

مساحة المثلث = ½ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

الارتفاع = (٢ × المساحة) ÷ طول القاعدة

طول القاعدة = (٢ × المساحة) ÷ الارتفاع

مثال ١ أوجد مساحة سطح مثلث طول أحد أضلاعه ٦ سم والارتفاع المقابل لهذا الضلع = ٥ سم

الحل

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع

= ٣ × ٥ = ١٥ سم²

مثال ② مثلث مساحة سطحه ٣٥ سم² وأحد ارتفاعاته ١٠ سم أوجد طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع

الحل

طول القاعدة = $\frac{\text{٢ × المساحة}}{\text{الارتفاع}} = \frac{٢ \times ٣٥}{١٠}$

= $\frac{٧٠}{١٠}$ = ٧ سم

③ المعين

هو شكل رباعي فيه أضلاعه متساوية في الطول وأقطاره متعامدة

محيط المعين = طول ضلعه × ٤

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طول قطرية

طول القطر في المعين = $\frac{\text{٢ × مساحة المعين}}{\text{طول القطر المعطى}}$

مثال ① معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٧ سم أوجد مساحة سطحه.

الحل طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤} = \frac{٤٠}{٤}$

= ١٠ سم

∴ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= ١٠ × ٧ = ٧٠ سم²

مثال ② معين محيطه ٣٢ سم ومساحة سطحه ٤٨ سم² أوجد ارتفاعه.

الحل طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٤} = \frac{٣٢}{٤}$ = ٨ سم

الارتفاع = $\frac{\text{المساحة}}{\text{طول الضلع}} = \frac{٤٨}{٨}$ = ٦ سم

مثال ③ أوجد مساحة المعين طولا قطريه ٨٠ سم، ١٠ سم

الحل

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

= $\frac{1}{2}$ × ٨٠ × ١٠ = ٤٠٠ سم²

مثال ④ معين مساحته ٢٤ سم² وطول أحد قطريه ٦ سم أوجد طول القطر الآخر

الحل

طول القطر = $\frac{\text{٢ × المساحة}}{\text{القطر المعطى}} = \frac{٢ \times ٢٤}{٦}$

= $\frac{٤٨}{٦}$ = ٨ سم

④ المربع

- جميع أضلاعه متساوية في الطول
- جميع زواياه متساوية في القياس

محيط المربع = طول الضلع × ٤

المساحة = طول الضلع × نفسه

= $\frac{1}{2}$ طول القطر × طول القطر

= $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

طول قطر المربع = $\sqrt{\text{٢ × مساحة المربع}}$

مثال ① مربع طول ضلعه ٥ سم أوجد مساحته

الحل: المساحة = طول الضلع × نفسه

= ٥ × ٥ = ٢٥ سم²

مثال ② مربع طول قطره ٨ سم أوجد مساحته

الحل: مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

= $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٨ = ٣٢ سم²

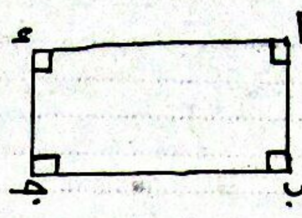
مثال ③ أوجد طول قطر المربع الذي مساحته ٥٠ سم²

الحل

طول القطر = $\sqrt{\text{٢ × المساحة}} = \sqrt{٢ \times ٥٠}$

= $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم

٥ المستطيل



- ← كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان في الطول
- ← جميع الزوايا قائمة

* مساحة المستطيل = الطول × العرض
* الطول = $\frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}}$
* العرض = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الطول}}$
* طول القطر = $\sqrt{(\text{الطول})^2 + (\text{العرض})^2}$
* محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

مثال ① مستطيل طوله ٧ سم وعرضه ٤ سم أوجد مساحته

الحل

المساحة = الطول × العرض = ٧ × ٤ = ٢٨ سم²

مثال ② مستطيل مساحة سطحه ٣٥ سم²، وعرضه ٥ سم. احسب طوله.

الحل

الطول = $\frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}}$ = $\frac{٣٥}{٥}$ = ٧ سم

مثال ③ مستطيل طوله ٤ سم، عرضه ٣ سم أوجد مساحته ومحيطه وطول قطره

الحل المساحة = الطول × العرض

= ٤ × ٣ = ١٢ سم²

المحيط = (الطول + العرض) × ٢

= (٤ + ٣) × ٢

= ١٤ سم

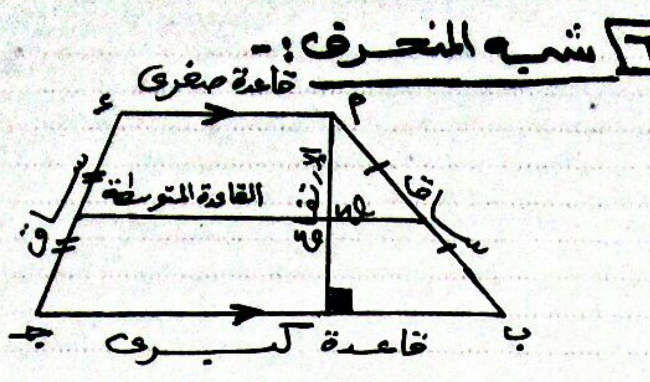
طول القطر = $\sqrt{(\text{الطول})^2 + (\text{العرض})^2}$

= $\sqrt{(٤)^2 + (٣)^2}$

= $\sqrt{١٦ + ٩}$

= $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

٦ شبه المنحرف :-



- ← هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان وغير متساويان في الطول (القاعدتين)
- ← القاعدة المتوسطة هي القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ساقيه

* محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه
* مساحة شبه المنحرف = ½ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

= القاعدة المتوسطة × الارتفاع

* القاعدة المتوسطة = ½ مجموع القاعدتين المتوازيتين

= $\frac{\text{المساحة}}{\text{الارتفاع}}$

* الارتفاع = $\frac{\text{٢ × مساحة شبه المنحرف}}{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}$

= $\frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة المتوسطة}}$

* طول إحدى قاعدتيه =

= $\frac{\text{٢ × مساحة شبه المنحرف}}{\text{الارتفاع}}$ − القاعدة المعطاة

مثال ① أوجد طول القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف الذي طول قاعدتيه المتوازيتين ٤ سم، ٨ سم

الحل ← القاعدة المتوسطة = ½ مجموع القاعدتين

= ½ × (٤ + ٨) = ٦ سم

مثال ② أوجد طول إحدى قاعدتي شبه المنحرف إذا كان طول القاعدة الأخرى ٧ سم وطول القاعدة المتوسطة ١٠ سم

الحل

* طول إحدى القاعدتين
= ٢ × القاعدة المتوسطة − القاعدة المعطاة
= ٢ × ١٠ − ٧ = ٢٠ − ٧ = ١٣ سم

مثال ③ أوجد مساحة سطح شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه يساوي ٤ سم

الحل مساحة شبه المنحرف = ½ مجموع القاعدتين × الارتفاع
= ½ (٦ + ٨) × ٤
= ٧ × ٤ = ٢٨ سم²

مثال ④ إذا كان طول القاعدة المتوسطة في شبه المنحرف يساوي ٩ سم ، وارتفاعه ٣ سم. فأوجد مساحة سطحه.

الحل المساحة = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع
= ٩ × ٣ = ٢٧ سم²

مثال ⑤ شبه منحرف مساحة سطحه ٦٦ سم² ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه **الحل**

الارتفاع = (٢ × المساحة) ÷ (مجموع القاعدتين) = (٢ × ٦٦) ÷ (١٠ + ١٢)
= ١٣٢ ÷ ٢٢ = ٦ سم

مثال ⑥ شبه منحرف مساحته ١٨ سم² وارتفاعه ٣ سم وطول إحدى قاعدتيه ٥ سم أوجد طول القاعدة الأخرى **الحل**

طول القاعدة = (٢ × المساحة) ÷ الارتفاع − القاعدة المعطاة
= (٢ × ١٨) ÷ ٣ − ٥ = ٣٦ ÷ ٣ − ٥
= ١٢ − ٥ = ٧ سم

مثال ⑦ أوجد مساحة سطح شبه المنحرف القائم الذي طول ساقه القائمة ٥ سم ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ١٢ سم

الحل الساق القائمة هي الارتفاع = ٥ سم
مساحة شبه المنحرف = ½ مجموع القاعدتين × الارتفاع
= ½ (١٠ + ١٢) × ٥
= ١١ × ٥ = ٥٥ سم²

مثال ⑧ أوجد ارتفاع شبه المنحرف الذي مساحة سطحه ٢٠ سم² ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٤ سم ، ٦ سم **الحل**

الارتفاع = (٢ × المساحة) ÷ (مجموع القاعدتين) = (٢ × ٢٠) ÷ (٤ + ٦)
= ٤٠ ÷ ١٠ = ٤ سم

مثال ⑨ معين محيطه ٦٠ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحة سطحه.

الحل طول الضلع = المحيط ÷ ٤
= ٦٠ ÷ ٤ = ١٥ سم

في Δ أ م ب القائم في م
أ م = ½ أ ب (ضلع مقابل للزاوية ٣٠°)
أ م = ٧,٥ ∴ أ جـ = ٢ × ٧,٥ = ١٥ سم

في Δ أ م ب القائم في م
من نظرية فيثاغورث
ب م = √((١٥)² − (٧,٥)²) = ٧,٥ √٣ سم
∴ ب د = ٢ × ٧,٥ √٣ = ١٥ √٣ سم
∴ طولا القطرين هما ١٥ سم ، ١٥ √٣ سم
∴ المساحة = ½ × ١٥ × ١٥ √٣ = ١١٢,٥ √٣ سم²

ملخص قوانين مساحات الأشكال الهندسية

الشكل	المحيط	المساحة	طول الضلع	طول القطر	الارتفاع	طول القاعدة
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	½ طول القاعدة × الارتفاع	—	—	٢ × المساحة / طول القاعدة	٢ × المساحة / الارتفاع
متوازي الأضلاع	(الطول + العرض) × ٢	طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها	—	—	المساحة / طول القاعدة	المساحة / الارتفاع
المستطيل	(الطول + العرض) × ٢	الطول × العرض	الطول = المساحة / العرض	√((الطول)² + (العرض)²)	—	العرض = المساحة / الطول
المربع	طول الضلع × ٤	← طول الضلع × نفسه ← ½ مربع طول قطره ← ½ × طول القطر × طول القطر	= المحيط / ٤ = √المساحة	√(٢ × المساحة)	—	—
المعين	طول الضلع × ٤	← طول ضلعه × ارتفاعه ← ½ حاصل ضرب طولا قطريه	المساحة / الارتفاع	٢ × المساحة / طول القطر المعلوم	المساحة / طول ضلعه	
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	← ½ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع ← القاعدة المتوسطة × الارتفاع	طول إحدى قاعدتي شبه المنحرف ← = ٢ × القاعدة المتوسطة − القاعدة المعطاة = ٢ × المساحة / الارتفاع − القاعدة المعطاة	—	المساحة / القاعدة المتوسطة ← ٢ × المساحة / مجموع القاعدتين ←	← القاعدة المتوسطة = ½ مجموع القاعدتين

وإذا غامرت في شرفٍ مرومٍ ∴ فلا ترضى بما دون النجوم

تمارين (٢)

١] أكمل ما يأتى :-

① مساحة المعين الذى طولا قطريه ٥سم ، ٨سم يساوى .... سم²

② إذا كان مربع مساحته ٥٠سم² فإن طول قطره = ... سم

③ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... فى الطول

④ مربع طول قطره ٦سم فإن مساحته ......

⑤ مربع طول ضلعه ٧سم فإن مساحته ......

⑥ مربع محيطه ١٦سم فإن مساحته ......

⑦ مثلث طول قاعدته ١٠سم وارتفاعه ٦سم فإن مساحته ....

⑧ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى زاويته القائمة ٦سم ، ٨سم = ...

⑨ مثلث مساحته ٣٠سم² وارتفاعه ٦سم فإن طول قاعدته ....

⑩ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٩سم ، ٦سم وارتفاعه الأصغر ٤سم يكون مساحته ......

⑪ متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٩سم ، ٦سم وارتفاعه الأصغر ٤سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى ......

⑫ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧سم ، ٥سم وطول ارتفاعه الأكبر ٦سم هى ....

⑬ معين محيطه ٢٠سم وارتفاعه ٤سم فإن مساحته ....

⑭ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦سم ، ٨سم هى ......

⑮ معين مساحته ٢٤سم² وطول أحد قطريه ٦سم فإن طول القطر الآخر يساوى ......

⑯ مربع مساحته ٣٢سم² فإن طول قطره ......

⑰ مربع مساحته ١٨سم² فإن طول قطره ......

⑱ مربع مساحته ١٠٠سم² فإن طول ضلعه ......

⑲ محيط المربع الذى مساحته ٨١سم² يساوى ......

⑳ طول ضلع المربع الذى مساحته تساوى مساحة مستطيل بعداه ٩سم ، ١٦سم يساوى ...... سم

㉑ مساحة المستطيل الذى بعداه ٥سم ، ٤سم تساوى ......

㉒ مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠سم وارتفاعه ٨سم يساوى ......

㉓ شبه منحرف ارتفاعه ٥سم ومساحته ٣٠سم² فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

㉔ ارتفاع شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥سم ، ٧سم ومساحته ٤٢سم² = ...

㉕ مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه ٤سم ، ٨سم وارتفاعه ٥سم هى ......

㉖ مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠سم وارتفاعه ٣٫٥سم هى ......

㉗ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥سم ، ٧سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

㉘ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢سم وطول قاعدته الصغرى ٨سم فإن طول قاعدته الكبرى = ... سم

㉙ شبه منحرف مساحته ٣٠سم² وطول ارتفاعه ٤سم وطول إحدى قاعدتيه ٦سم فإن طول قاعدته الأخرى = ... سم

مثال ② أجب عما يأتي

١ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم٢ وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته الأخرى.

٢ شبه منحرف مساحته ٤٥ سم٢ وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٧$\frac{1}{2}$ سم ، ١٠$\frac{1}{2}$ سم أوجد ارتفاعه

٣ شبه منحرف مساحته ١٢٠ سم٢ وارتفاعه ٦ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه هى ٥ : ٣ فما طول كل منهما ؟

٤ أ ب جـ د معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٧ سم أوجد مساحة سطحه

٥ مربع ومعين متساويان فى المساحة فإذا كان طولا قطرى المعين هو ٩ ، ٨ سم فأحسب طول ضلع المربع ثم احسب محيطه.

٦ معين طولا قطريه ٦ ، ٨ سم احسب مساحة سطحه ومحيطه وارتفاعه.

٧ شبه منحرف متساوى الساقين مساحته ١٢٠ سم٢ ومحيطه ٦٠ سم فإذا كان طول قاعدته المتوسطه ٢٠ سم فأوجد طول كل من قاعدتيه

٨ معين مساحته ٤٠ سم٢ وطول أحد قطريه ٨ سم فاحسب طول القطر الآخر

٩ مربع مساحته ٨ سم٢ أوجد طول قطره وطول ضلعه ؟

اختبار على المساحات

١ أكمل ما يأتي

١ المثلثان المشتركان فى قاعدة واحدة ويتحصران بين مستقيمين متوازيين ....

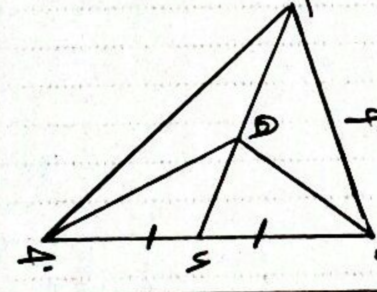
٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٣ معين طولا قطريه ٦ ، ٥ سم فإن مساحة سطحه = ...

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٥ ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحة سطحه ....

٥ مساحة المثلث = ... مساحة المستطيل المشتركان فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين.

② فى الشكل المقابل



أ د متوسط فى Δ أ ب جـ

برهن أن

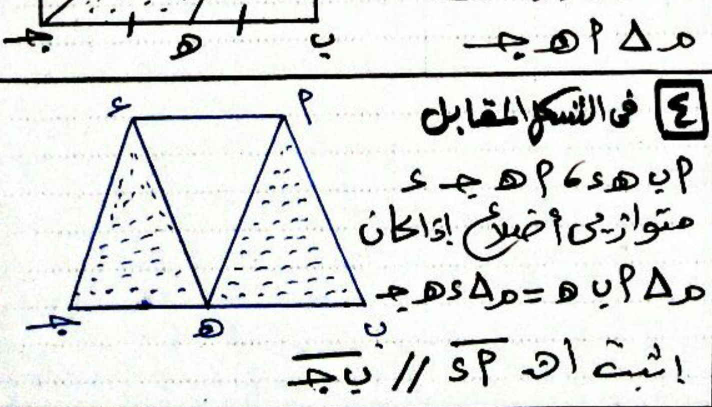
م Δ أ ب هـ = م Δ أ جـ هـ

③ أ ب جـ د مربع محيطه ١٦ سم ، هـ منتصف ب جـ

أوجد بالبرهان

م Δ أ هـ جـ

④ فى الشكل المقابل



أ ب هـ د ، أ هـ جـ د متوازيى أضلاع إذا كان

م Δ أ ب هـ = م Δ د هـ جـ

إثبت أن أ د // ب جـ

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤ ، ٦ سم وارتفاعه ٧ سم احسب مساحة سطحه

الوحدة الخامسة (التشابه)

الدرس الأول (التشابه)

← يقال لمضلعين أنهما متشابهين إذا تحقق الشرطان معاً :

[١] زواياهما المتناظرة تكون متساوية في القياس

[٢] أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

← تشابه مثلثين :-

إذا توافر أحد الشرطين التاليين

① الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

② الأضلاع المتناظرة تكون متناسبة

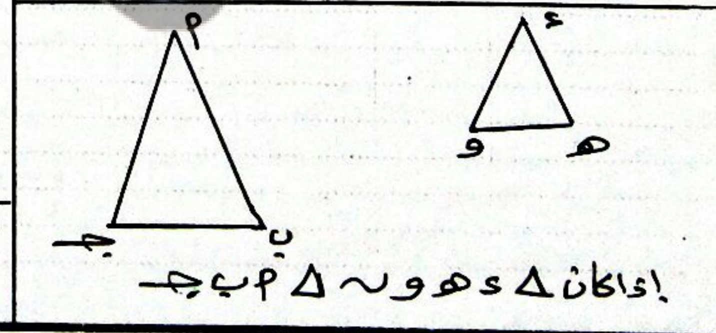
← المضلعان المشابهان لثالث متشابهان

← يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا كان قياس زاوية واحدة فقط في أحدهما يساوي قياس الزاوية المناظرة لها في المثلث الآخر

← يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا كانت قياس إحدى الزوايا الحادة في أحدهما يساوي قياس زاوية حادة في المثلث الآخر

← النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين = النسبة بين طول ضلعين متناظرين فيهما

← إذا كانت النسبة بين طول ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين = ١ كان هذا المثلثان متطابقان



إذا كان △ د هـ و ~ △ أ ب جـ

نستنتج كلاً مما يأتي

ق(د̂) = ق(أ̂)

ق(هـ̂) = ق(ب̂)

ق(و̂) = ق(جـ̂)

تساوي الزوايا المتناظرة

وأيضاً نستنتج (تناسب الأضلاع)

د هـ / أ ب = هـ و / ب جـ = د و / أ جـ = م

حيث م ← هي النسبة بين طول ضلعين متناظرين

إذا كانت م > ١ تسمى نسبة التكبير

إذا كانت م < ١ تسمى نسبة التصغير

△ د هـ و ~ △ أ ب جـ

~ ← معناها يشابه

مثال [١] في الشكل المقابل

ق(∠أ هـ د) = ق(∠ب)

أ د = ٢ سم ، أ هـ = ٣ سم

① اثبت أن △ أ هـ د ~ △ أ ب جـ

② أوجد طول هـ جـ

الحل

△△ أ هـ د ، أ ب جـ

∵ ق(∠أ هـ د) = ق(∠ب) معطى

∵ ∠أ مشتركة

∴ ق(∠أ د هـ) = ق(∠جـ) من خواص المثلث

∴ △ أ هـ د ~ △ أ ب جـ # ①

أ هـ / أ ب = هـ د / ب جـ = أ د / أ جـ

٣ / ٦ = ~~هـ د / ب جـ~~ = ٢ / أ جـ

أ جـ = (٦ × ٢) / ٣ = ١٢ / ٣ = ٤ سم

∴ هـ جـ = ٤ − ٣ = ١ سم # ②

لك يا مصر السلام :. وسلاماً يا بلادي ~

مثال ② في الشكل المقابل

$\overline{هـ د} \parallel \overline{جـ ب}$ ، د هـ = ٤ سم

ب جـ = ١٢ سم ، أ د = ٣ سم

① إثبت أن Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د

② أوجد طول $\overline{أ جـ}$

البرهان ∵ $\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

∴ ق($\hat{د}$) = ق($\hat{جـ}$) بالتبادل

ق($\hat{هـ}$) = ق($\hat{ب}$) بالتبادل

ق(د $\hat{أ}$ هـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د # ①

$\frac{أ ب}{أ هـ} = \frac{ب جـ}{هـ د} = \frac{أ جـ}{أ د}$

$\frac{١٢}{٤} = \frac{أ جـ}{٣}$

أ جـ = $\frac{٣ \times ١٢}{٤}$ = ٩ سم # ②

مثال ③ $\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

① إثبت أن Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

② إذا كان أ د = ٥ سم ، د ب = ٣ سم ، أ هـ = ٤ سم ، د هـ = ٦ سم أوجد طول كلاً من $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{هـ جـ}$ ، $\overline{ب جـ}$

البرهان ∵ $\overline{د هـ} \parallel \overline{ب جـ}$

∴ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{د}$) بالتناظر

∴ ق($\hat{جـ}$) = ق($\hat{هـ}$) بالتناظر

∵ ∠ أ مشتركة

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ # ①

$\frac{أ د}{أ ب} = \frac{د هـ}{ب جـ} = \frac{أ هـ}{أ جـ}$

$\frac{٥}{٨} = \frac{٦}{ب جـ} = \frac{٤}{أ جـ}$

ب جـ = $\frac{٦ \times ٨}{٥} = \frac{٤٨}{٥}$ = ٩٫٦ سم

أ جـ = $\frac{٤ \times ٨}{٥}$ = ٦٫٤ سم

∴ جـ هـ = ٦٫٤ − ٤ = ٢٫٤ سم # ②

مثال ④ ب جـ = ١٢ سم ، د هـ = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم ،

ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{هـ}$) = ٩٠°

إثبت أن

① Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ د

② أوجد طول كل من $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أ جـ}$

البرهان Δ Δ أ هـ د ، أ ب جـ

فيهما ق($\hat{هـ}$) = ق($\hat{ب}$) = ٩٠° معطى

ق(د $\hat{أ}$ هـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) بالتقابل بالرأس

∴ ق($\hat{د}$) = ق($\hat{جـ}$) من خواص المثلث

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب # ①

∴ $\frac{أ د}{أ جـ} = \frac{د هـ}{جـ ب} = \frac{أ هـ}{أ ب}$

$\frac{٥}{أ جـ} = \frac{٤}{١٢} = \frac{٣}{أ ب}$

في Δ أ هـ د القائم في هـ من فيثاغورث

أ د = $\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

أ جـ = $\frac{١٢ \times ٥}{٤}$ = ١٥ سم

أ ب = $\frac{٣ \times ١٢}{٤}$ = ٩ سم

∴ ب هـ = ٩ + ٣ = ١٢ سم # ②

مثال ⑤ في الشكل المقابل

أ ب = ١٠ سم ، ب هـ = ٥ سم ،

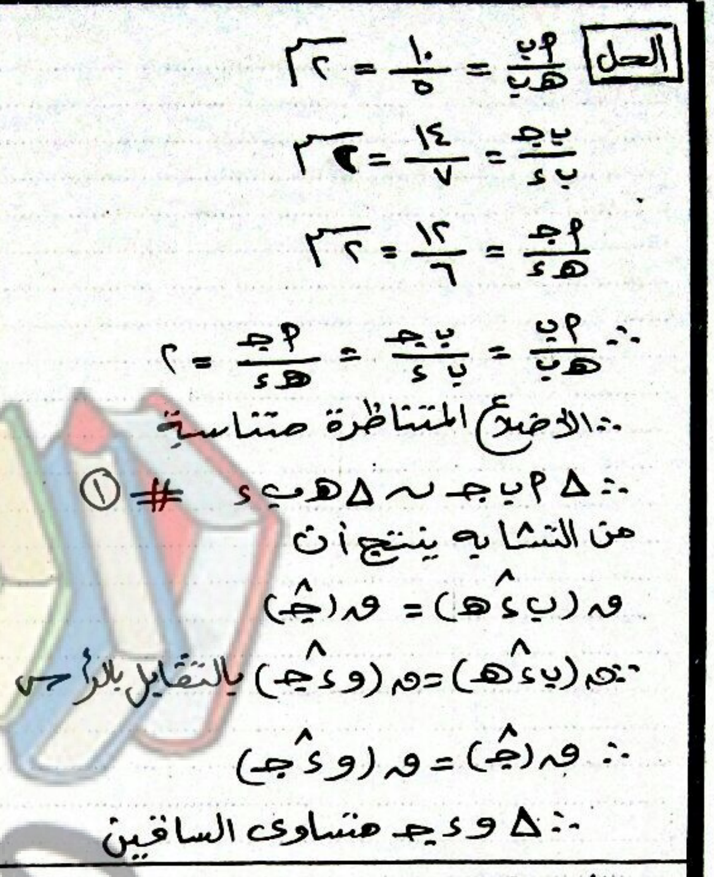
ب د = د جـ = ٧ سم ،

أ جـ = ١٢ سم ،

هـ د = ٦ سم

① إثبت أن Δ أ ب جـ ~ Δ هـ ب د

② إثبت أن Δ و د جـ متساوي الساقين.



الحل

$\frac{أب}{هـب} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

$\frac{ب جـ}{ب د} = \frac{١٤}{٧} = ٢$

$\frac{أ جـ}{هـ د} = \frac{١٢}{٦} = ٢$

∴ $\frac{أب}{هـب} = \frac{ب جـ}{ب د} = \frac{أ جـ}{هـ د} = ٢$

∴ الأضلاع المتناظرة متناسبة

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ هـ ب د # ①

من التشابه ينتج أن

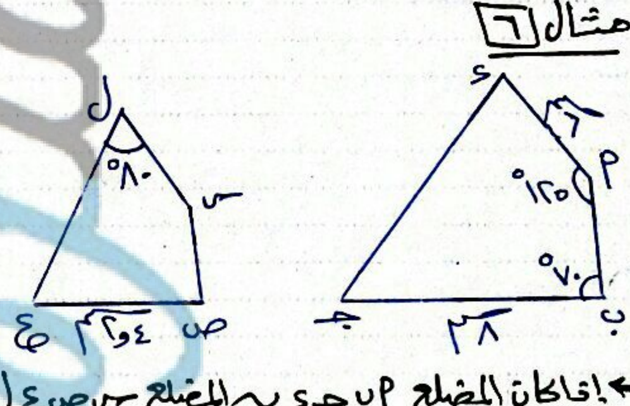
ق(∠ب د هـ) = ق(∠جـ)

∵ ق(∠ب د هـ) = ق(∠و د جـ) بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠جـ) = ق(∠و د جـ)

∴ Δ و د جـ متساوي الساقين

مثال ٦



إذا كان المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل فأحسب

① ق(∠ب جـ د)

② طول س ل وحدد نسبة التكبير

③ إذا كان محيط الشكل أ ب جـ د = ٢٦ سم ، فما محيط الشكل س ص ع ل ؟

الحل ∵ المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل

∴ ق(∠ل) = ق(∠د) = ٨٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠د جـ ب) = ٣٦٠° - (٨٠° + ١٢٥° + ٧٠°)

= ٨٥° # ①

$\frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{أ د}{س ل}$ ، $\frac{٨}{٤و٢} = \frac{٦}{س ل}$

∴ س ل = $\frac{٤و٢ × ٦}{٨}$ = ٨و١ سم

ونسبة التكبير = $\frac{٨}{٤و٢} = \frac{١٠}{٣}$ # ②

$\frac{محيط المضلع أ ب جـ د}{محيط المضلع س ص ع ل} = \frac{٨}{٤و٢} = \frac{٢٦}{محيط س ص ع ل}$

∴ محيط المضلع س ص ع ل = $\frac{٤و٢ × ٢٦}{٨}$

= ٨و٧ سم # ③

تمارين (٣)

التشابه

① أكمل ما يأتي :-

① يتشابه المثلثان إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة ....

② يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة ....

③ إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين ......

④ إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متشابهين ٣:٤ فإن النسبة بين محيطيهما = ...

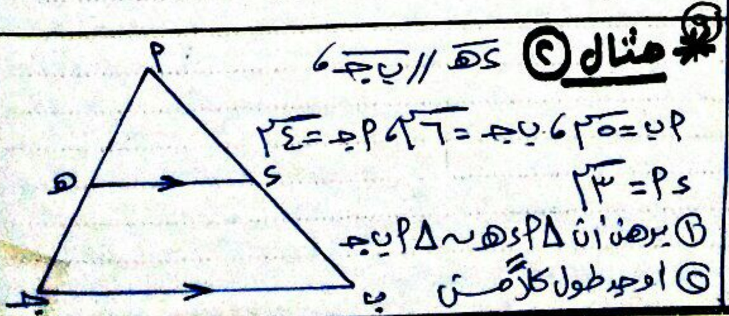
⑤ المضلعات المشابهة لثالث ....

⑥ إذا كانت نسبة التكبير ٥:٢ وطول أحد أضلاع المثلث الأكبر = ١٥ سم فإن طول الضلع المناظر في المثلث الأصغر = ... سم

⑦ النسبة بين محيطي مثلثين متشابهين = النسبة بين ....

⑧ إذا كان Δ س ص ع ~ Δ أ ب جـ وكانت س ص = $\frac{٢}{٣}$ أ ب فإن $\frac{محيط Δ س ص ع}{محيط Δ أ ب جـ}$ = ...

مثال ② د هـ // ب جـ ،

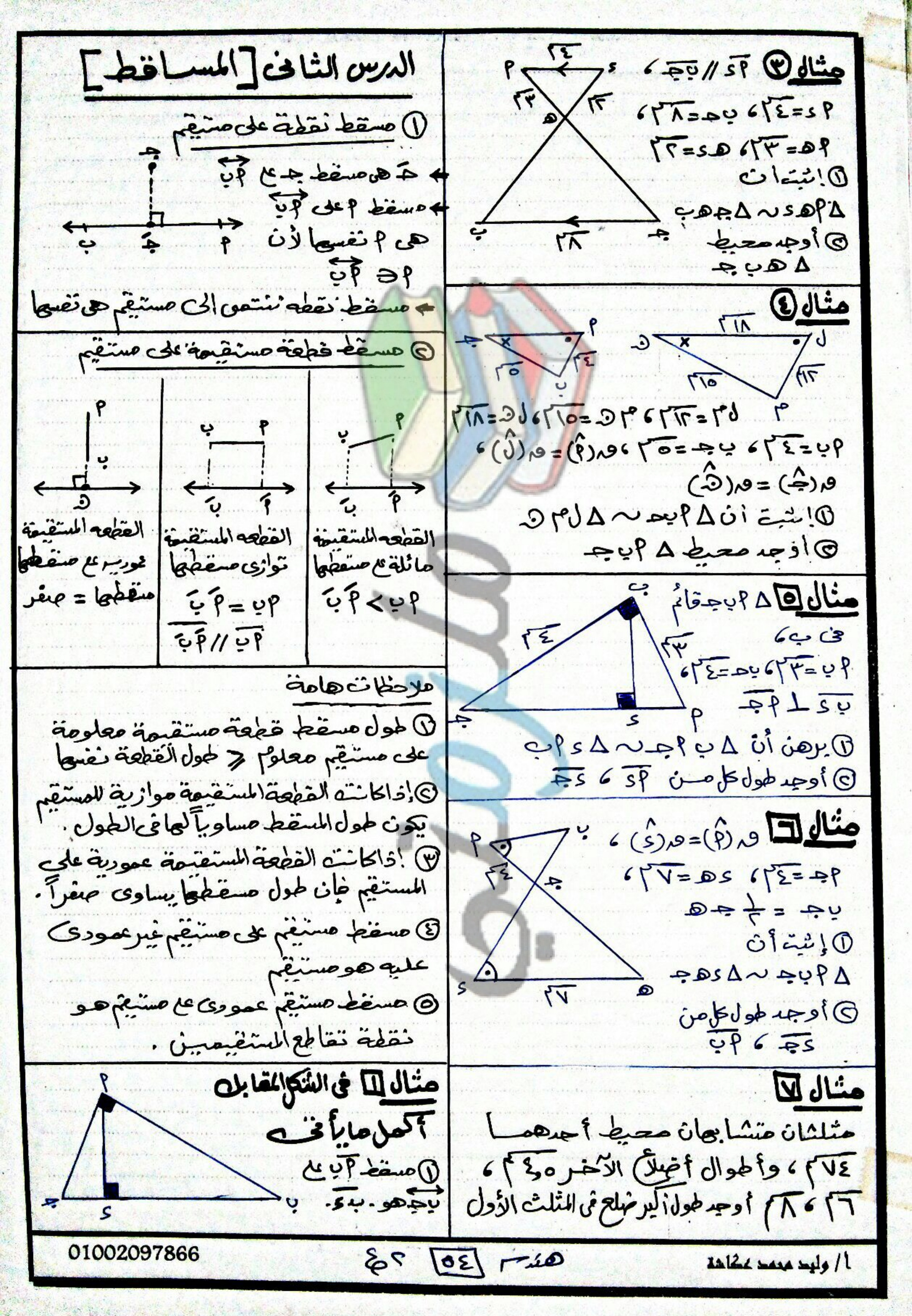


أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٤ سم

أ د = ٣ سم

① برهن أن Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

② أوجد طول كل من د هـ ، أ هـ



مثال ③ $\overline{اد} // \overline{بجـ}$ ، اد = ٤سم ، بجـ = ٨سم ، اهـ = ٣سم ، هـ د = ٢سم

① إثبات أن Δ اهـ د ~ Δ جـ هـ ب

② أوجد محيط Δ هـ ب جـ

مثال ④

ل م = ١٢سم ، م ن = ١٥سم ، ل ن = ١٨سم

اب = ٤سم ، بجـ = ٥سم ، ق(∠ا) = ق(∠ل) ، ق(∠جـ) = ق(∠ن)

① إثبت أن Δ ابجـ ~ Δ ل م ن

② أوجد محيط Δ ابجـ

مثال ⑤ Δ ابجـ قائم في ب ، اب = ٣سم ، بجـ = ٤سم ، $\overline{بد} \perp \overline{اجـ}$

① برهن أن Δ ب اجـ ~ Δ د اب

② أوجد طول كل من $\overline{اد}$ ، $\overline{دجـ}$

مثال ⑥ ق(∠ا) = ق(∠د) ، اجـ = ٤سم ، د هـ = ٧سم ، بجـ = $\frac{1}{2}$ جـ هـ

① إثبت أن Δ ابجـ ~ Δ د هـ جـ

② أوجد طول كل من $\overline{دجـ}$ ، $\overline{اب}$

مثال ⑦

مثلثان متشابهان محيط أحدهما ٧٤سم ، وأطوال أضلاع الآخر ٥ ٤سم ، ٦سم ، ٨سم أوجد طول أكبر ضلع في المثلث الأول

الدرس الثاني [المساقط]

① مسقط نقطة على مستقيم

← جـَ هي مسقط جـ على $\overleftrightarrow{اب}$

← مسقط ا على $\overleftrightarrow{اب}$ هي ا نفسها لأن ا ∈ $\overleftrightarrow{اب}$

← مسقط نقطة تنتمي إلى مستقيم هي نفسها

② مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

- القطعة المستقيمة مائلة على مسقطها: اب > اَبَ
- القطعة المستقيمة توازي مسقطها: اب = اَبَ ، $\overline{اب} // \overline{اَبَ}$
- القطعة المستقيمة عمودية على مسقطها: مسقطها = صفر

ملاحظات هامة

① طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم ≤ طول القطعة نفسها

② إذا كانت القطعة المستقيمة موازية للمستقيم يكون طول المسقط مساوياً لها في الطول.

③ إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على المستقيم فإن طول مسقطها يساوي صفراً.

④ مسقط مستقيم على مستقيم غير عمودي عليه هو مستقيم

⑤ مسقط مستقيم عمودي على مستقيم هو نقطة تقاطع المستقيمين.

مثال ⑪ في الشكل المقابل أكمل ما يأتي

① مسقط $\overline{اب}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$ هو ..... بـ د .....

② مسقط $\overline{أجـ}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$ هو $\overline{دجـ}$

③ مسقط $\overline{أد}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$ هو د

④ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أد}$ هو $\overline{أد}$

⑤ مسقط $\overline{بأ}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$ هو أ

⑥ مسقط $\overline{بد}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$ هو $\overline{بد}$

⑦ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم

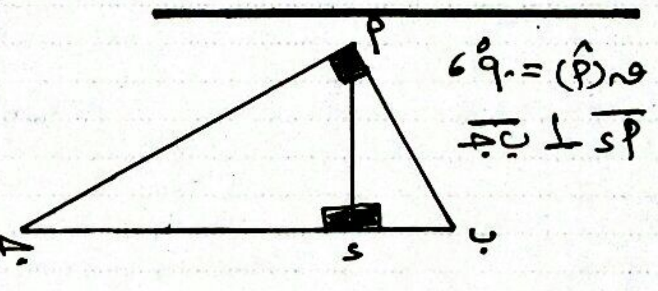
⑧ مسقط نقطة معلومة تنتمي لمستقيم معلوم على نفس المستقيم هو نفسها

⑨ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودي عليها يساوي صفر

الدرس الثالث

(نظرية إقليدس)

ق($\hat{أ}$) = 90° ، $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$



فإن $أب = \sqrt{بد \times بجـ}$

$أجـ = \sqrt{جـد \times جـب}$

$أد = \sqrt{دب \times دجـ}$

$أد = \frac{أب \times أجـ}{بجـ}$

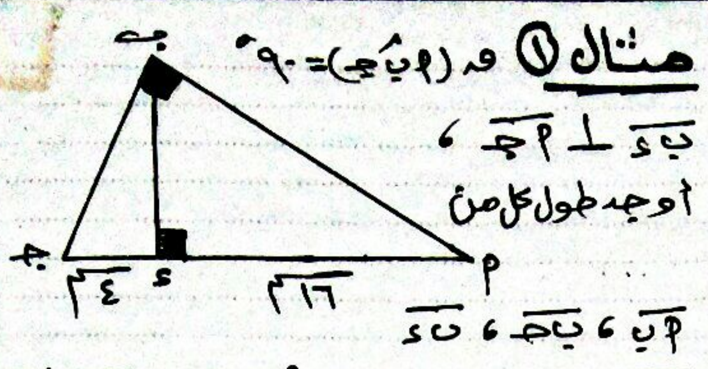
طول المسقط = $\frac{\text{مربع الضلع}}{\text{طول الوتر}}$

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعداه طول مسقط هذا الضلع ، طول الوتر.

مثال ①

ق(أ$\hat{ب}$جـ) = 90° ، $\overline{بد} \perp \overline{أجـ}$ ،

أوجد طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{بجـ}$ ، $\overline{بد}$



الحل ∵ Δ أبجـ قائم في ب ، $\overline{بد} \perp \overline{أجـ}$

∴ $أب = \sqrt{أد \times أجـ} = \sqrt{16 \times 20}$

$أب = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$ سم

∴ $بجـ = \sqrt{جـد \times جـأ} = \sqrt{4 \times 20}$

$بجـ = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ سم

∵ $بد = \sqrt{دأ \times دجـ} = \sqrt{16 \times 4}$

$= \sqrt{64} = 8$ سم #

تذكر نظرية فيثاغورث

Δ أبجـ قائم في ب

$أجـ = \sqrt{(أب)^2 + (بجـ)^2}$

$أب = \sqrt{(أجـ)^2 - (بجـ)^2}$

$بجـ = \sqrt{(أجـ)^2 - (أب)^2}$

مثال ②

ق(أ$\hat{ب}$جـ) = 90° ،

$\overline{بد} \perp \overline{أجـ}$ ،

أد = 3 سم ،

بد = 4 سم

① أوجد طول $\overline{أب}$

② طول مسقط $\overline{بجـ}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$

③ طول مسقط $\overline{أجـ}$ على $\overleftrightarrow{بجـ}$

الحل في Δ أدب القائم في د من فيثاغورث

$أب = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ سم ① #

طول مسقط بَ جـ على أَجـ هو طول د جـ

من نظرية إقليدس

(ب د)^2 = د أ × د جـ

(٤)^2 = ٣ × د جـ

د جـ = ١٦/٣ = ٥ ١/٣ سم # ②

مسقط أجـ على بَ جـ هو بَ جـ

لإيجاد ب جـ يمكن استخدام فيثاغورث أو إقليدس

من إقليدس ب جـ = √(جـ د × جـ أ)

ب جـ = √(٥ ١/٣ × ٨ ١/٣) = ٦ ٢/٣ سم

③

مثال ③ Δ أ ب جـ قائم في أ

أد ⊥ ب جـ ،

ب د = ١٦ سم ، د جـ = ٩ سم

أوجد طول كل من

أب ، أجـ ، أد

الحل

∵ Δ أ ب جـ قائم في أ ، أد ⊥ ب جـ

∴ من نظرية إقليدس

أب = √(ب د × ب جـ) = √(١٦ × ٢٥)

= √٤٠٠ = ٢٠ سم

أجـ = √(جـ د × جـ ب) = √(٩ × ٢٥)

= √٢٢٥ = ١٥ سم

أد = √(د ب × د جـ) = √(١٦ × ٩)

= √١٤٤ = ١٢ سم #

الدرس الرابع (عكس نظرية فيثاغورث)

التعرف على نوع المثلث من حيث زواياه

في أي مثلث أ ب جـ إذا كان أجـ هو

أكبر أضلاع المثلث طولاً وكان

← (أجـ)^2 < (أب)^2 + (ب جـ)^2 (أقل من)

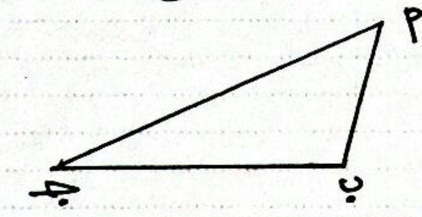
∴ المثلث حاد الزوايا

← (أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2 (يساوي)

∴ المثلث أ ب جـ قائم في ب

← (أجـ)^2 > (أب)^2 + (ب جـ)^2 (أكبر من)

∴ المثلث أ ب جـ منفرج الزاوية في ب



مثال ① Δ أ ب جـ فيه أب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، أجـ = ٢٥ سم حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه **الحل**

(أجـ)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥ سم^2

(أب)^2 + (ب جـ)^2 = (٢٤)^2 + (٧)^2

= ٥٧٦ + ٤٩

= ٦٢٥ سم^2

∵ (أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

مثال ② Δ س ص ع فيه س ص = ٥ سم ، ص ع = ١٢ سم ، س ع = ١٥ سم إثبت أن Δ س ص ع منفرج الزاوية في ص **الحل**

(س ع)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥ سم^2

(س ص)^2 + (ص ع)^2 = (٥)^2 + (١٢)^2 = ٢٥ + ١٤٤

= ١٦٩ سم^2

∴ (س ع)^2 > (س ص)^2 + (ص ع)^2

∴ Δ س ص ع منفرج الزاوية في ص

#

مثال ③ Δ ءهو فيه ءه = ٨ سم، هو = ١٠ سم، ءو = ٧ سم حدد نوع Δ ءهو من حيث زواياه

الحل

(هو)² = (١٠)² = ١٠٠ سم²

(ءه)² + (ءو)² = (٨)² + (٧)² = ٦٤ + ٤٩ = ١١٣ سم²

∵ (هو)² < (ءه)² + (ءو)² أقل من

∴ Δ أ ب جـ حاد الزوايا

مثال ④

ق(ب̂) = ٩٠°، أب = ٣ سم، ب جـ = ٤ سم، أء = ١٣ سم، ءجـ = ١٢ سم

① اوجد طول أجـ

② اثبت أن ق(أجـء) = ٩٠°

الحل في Δ أ ب جـ القائم في ب

من نظرية فيثاغورث

أجـ = √((٣)² + (٤)²) = √٢٥ = ٥ سم # ①

في Δ أ جـ ء

(أء)² = (١٣)² = ١٦٩ سم²

(أجـ)² + (جـء)² = (٥)² + (١٢)² = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ سم²

∵ (أء)² = (أجـ)² + (جـء)²

∴ Δ أ جـ ء قائم الزاوية في جـ

∴ ق(أجـ̂ء) = ٩٠° # ②

دعاء المذاكرة

(اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين اللهم اجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا بخشيتك وأسرارنا بطاعتك يا أرحم الراحمين يارب)

تمارين (٤)

[إقليدس - عكس فيثاغورث]

[1] أكمل ما يأتي

① مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي الزاوية القائمة تساوي مساحة المستطيل الذي بعداه طول .... وطول ....

② في Δ ءهو إذا كان (ءه)² = (هو)² + (ءو)² فإن ق(...^...) = ٩٠°

③ Δ ل م ن حيث (ل م)² < (م ن)² + (ل ن)² فإن ∠ن تكون ....

④ في Δ س ص ع إذا كان (س ع)² > (س ص)² + (ص ع)² فإن ∠ص تكون ....

⑤ إذا كانت ∠ب تتمم ∠جـ في Δ أ ب جـ فإن (ب جـ)² .... (أب)² + (أجـ)²

⑥ في Δ أ ب جـ إذا كانت (أجـ)² + ٣ = (أب)² + (ب جـ)² فإن ∠ب تكون ....

⑦ Δ أ ب جـ فيه (أجـ)² < (أب)² + (ب جـ)²

فإن ∠أ تكون ....

∠جـ تكون ....

∠ب تكون ....

⑧ المثلث المتساوي الساقين الذي طولا ضلعين فيه ٣ سم، ٤ سم تكون أكبر زواياه ....

⑨ Δ أ ب جـ فيه (أجـ)² = (أب)² + (ب جـ)²، ق(أ̂) = ٤٠° فإن ق(جـ̂) = ...

⑩ Δ أ ب جـ حاد الزوايا فيه أب = ٣ سم، ب جـ = ٤ سم فإن طول أجـ يمكن أن يكون .... سم

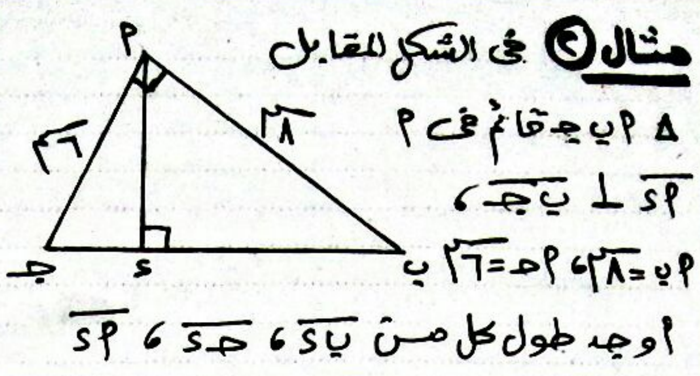
مثال ② في الشكل المقابل

Δ أب جـ قائم في أ

أد ⊥ ب جـ ،

أب = ٨ سم ، أجـ = ٦ سم

أوجد طول كل من ب د ، جـ د ، أ د



مثال ③

ق(∠ب جـ د) = ٩٠° ، ق(∠ب أ د) = ٩٠°

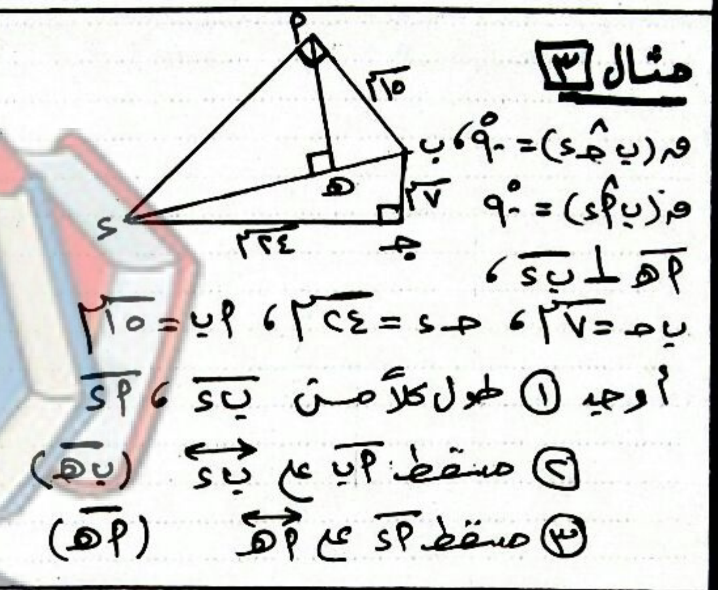
أهـ ⊥ ب د ،

ب جـ = ٧ سم ، جـ د = ٢٤ سم ، أب = ١٥ سم

أوجد ① طول كلاً من ب د ، أ د

② مسقط أب على ب د (ب هـ)

③ مسقط أ د على أ هـ (أ هـ)



مثال ④

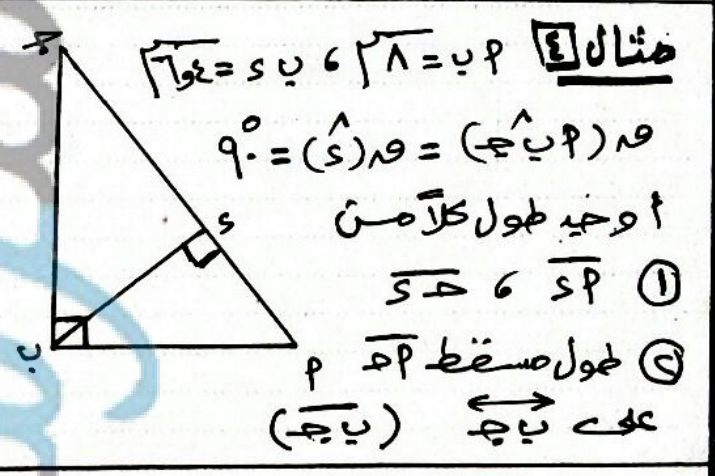
أب = ٨ سم ، ب د = ٦٫٤ سم

ق(∠أ ب جـ) = ق(∠د) = ٩٠°

أوجد طول كلاً من

① أ د ، جـ د

② طول مسقط أجـ على ب جـ (ب جـ)



مثال ⑤

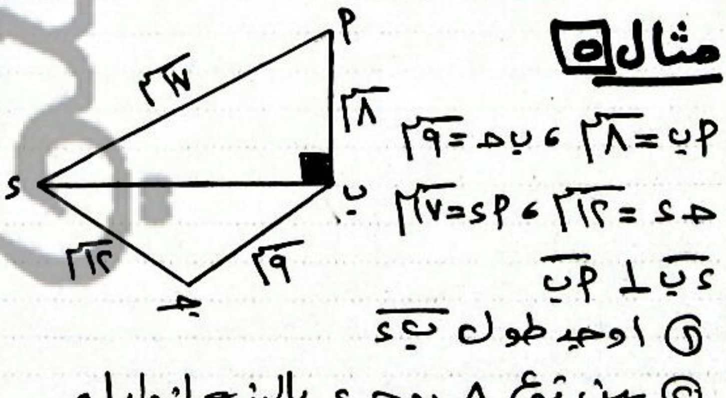
أب = ٨ سم ، ب جـ = ٩ سم

جـ د = ١٢ سم ، أ د = ١٧ سم

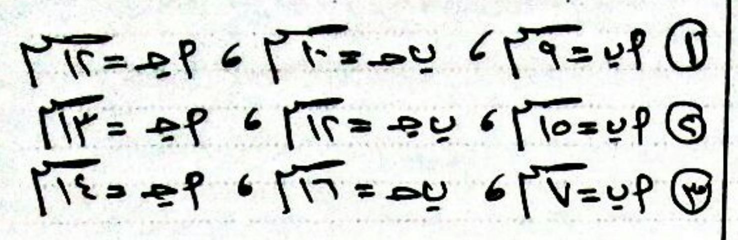
د ب ⊥ أ ب

① أوجد طول ب د

② بين نوع Δ ب جـ د بالنسبة لزواياه



مثال ⑥ حدد نوع Δ أب جـ من حيث زواياه في كل مما يأتي

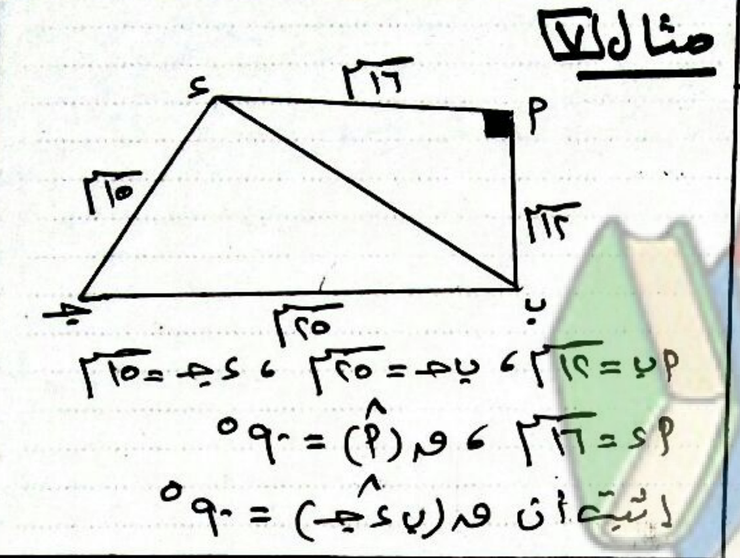


① أب = ٩ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، أجـ = ١٢ سم

② أب = ١٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أجـ = ١٣ سم

③ أب = ٧ سم ، ب جـ = ١٦ سم ، أجـ = ١٤ سم

مثال ⑦

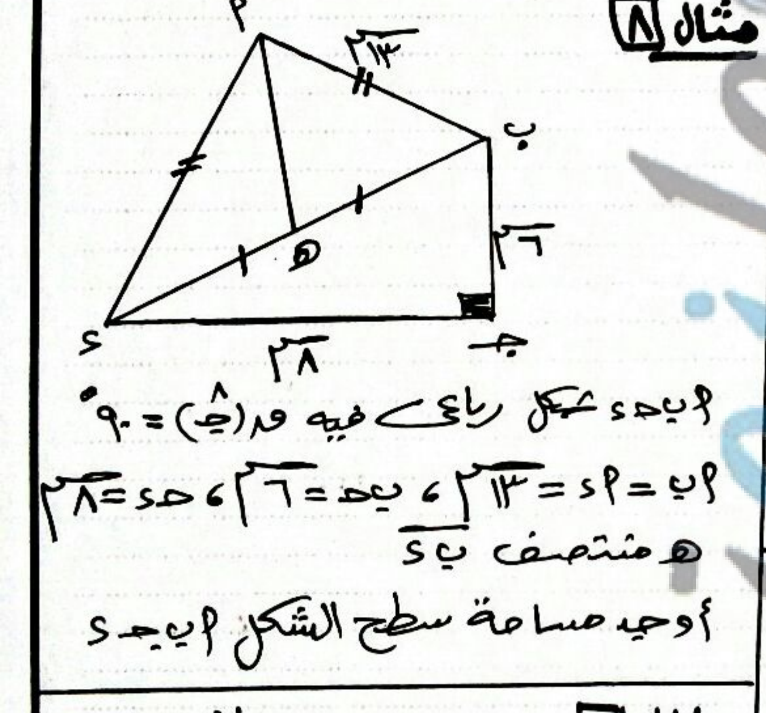


أب = ١٢ سم ، ب جـ = ٢٥ سم ، د جـ = ١٥ سم

أ د = ١٦ سم ، ق(∠أ) = ٩٠°

أثبت أن ق(∠ب د جـ) = ٩٠°

مثال ⑧



أب جـ د شكل رباعي فيه ق(∠جـ) = ٩٠°

أب = أ د = ١٣ سم ، ب جـ = ٦ سم ، جـ د = ٨ سم

هـ منتصف ب د

أوجد مساحة سطح الشكل أب جـ د

مثال ⑨

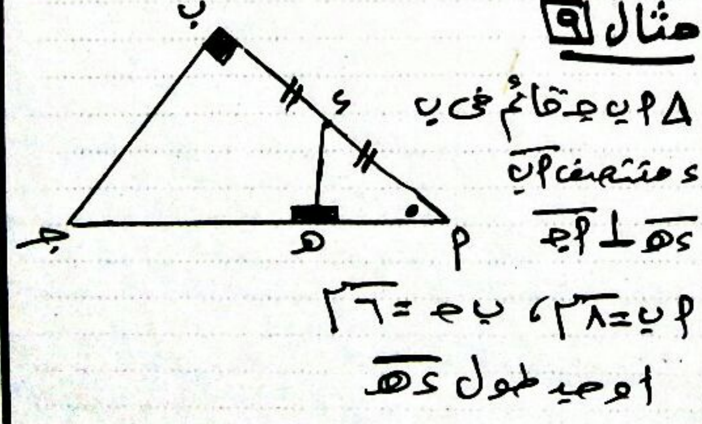
Δ أب جـ قائم في ب

د منتصف أب

د هـ ⊥ أجـ

أب = ٨ سم ، ب جـ = ٦ سم

أوجد طول د هـ



ثانيًا: الهندسة

(١) محافظة القاهرة - إدارة السيدة زينب التعليمية مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(أ) متطابقين (ب) متساويين فى المساحة

(جـ) متشابهين (د) مختلفين فى المساحة

(٢) معين طولا قطريه ١٢ سم، ٩ سم تكون مساحته = ... سم^2.

(أ) ١٨ (ب) ١٠٨ (جـ) ٤٥ (د) ٥٤

(٣) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين ....

(أ) متطابقان (ب) متساويان فى المساحة

(جـ) متشابهان (د) مختلفان

(٤) أ ب حـ مثلث فيه: (أ ب)^2 > (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 فإن ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٥) إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته = ... سم^2.

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(١) المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان، على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها يكون رأساهما .... هذه القاعدة.

(٢) إذا كان المثلث أ ب حـ ~ المثلث ء هـ و، أ ب = $\frac{1}{4}$ ء هـ، فإن محيط المثلث أ ب حـ = ... محيط المثلث ء هـ و.

(٣) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم يكون .... الزاوية.

(٤) مربع مساحته ٥٠ سم^2 فإن طول قطره = ... سم.

(٥) يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة ....

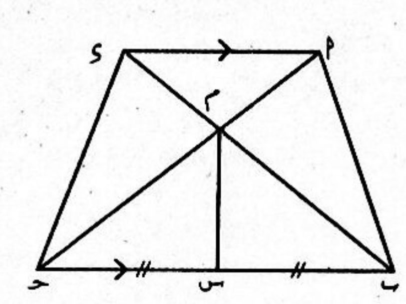
٥٩

السؤال الثالث:

(أ) إذا كانت مساحة المثلث ٢ س حـ = مساحة المثلث ٢ ص ب

أثبت أن: $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

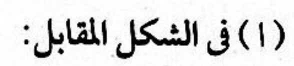
(ب) فى الشكل المقابل:



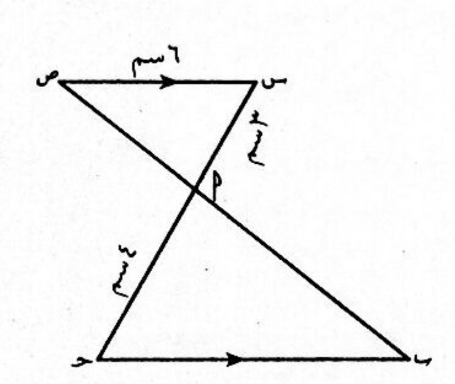
$\overline{\text{٢ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$، س منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل ٢ ب س م = مساحة الشكل ء حـ س م

السؤال الرابع:



(أ) فى الشكل المقابل:

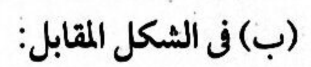


$\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$، ٢ س = ٣ سم

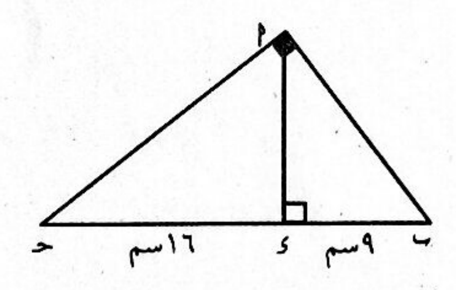
س ص = ٦ سم، ٢ حـ = ٤سم

أثبت أن : Δ ٢ س ص ~ Δ ٢ ب حـ

أوجد طول: $\overline{\text{ب حـ}}$



(ب) فى الشكل المقابل:



٢ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ٢،

$\overline{\text{٢ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ب ء = ٩سم، ء حـ = ١٦سم

أوجد طول كلٍّ من : $\overline{\text{٢ ب}}$، $\overline{\text{٢ حـ}}$، $\overline{\text{٢ ء}}$

السؤال الخامس:

(أ) شبه منحرف مساحته ١٢٨ سم^{٢} وطول قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم، ٩ سم:

أوجد ارتفاعه.

(ب) فى الشكل المقابل:

٢ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^{٢}، هـ ∈ $\overline{\text{٢ ء}}$

أوجد بالبرهان: مساحة Δ هـ ب حـ



(٢) محافظة القاهرة - إدارة المطرية التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

(١) معين طولا قطريه ٨ سم، ٦ سم تكون مساحته .... سم٢.

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤٨ (د) ٢٤

(٢) إذا كان Δ أ ب حـ فيه (أ حـ)٢ = (أ ب)٢ + (ب حـ)٢ فإن ∠ ب تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٣) إذا كان: Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و فإن ق(∠ هـ) = ق(∠ ....)

(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

(٤) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم، ٨ سم، ١١ سم يكون ....

(أ) متساوى الأضلاع (ب) قائم الزاوية (جـ) منفرج الزاوية (د) حاد الزوايا

(٥) المثلث الذى طول قاعدته ٨ سم، والارتفاع المناظر لها ٩ سم تكون مساحته .... سم٢.

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ٧٢ (د) ٣٦

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(١) مربع مساحته = ٥٠ سم٢ فإن طول قطره = ... سم.

(٢) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(٣) يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

(٤) متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته .... سم٢.

(٥) قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

السؤال الثالث:

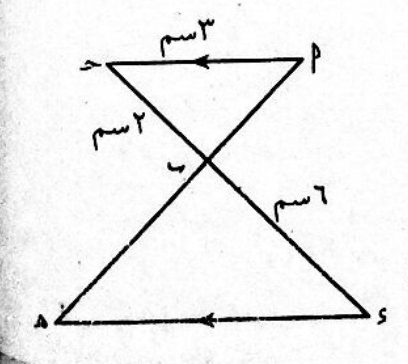
(أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم، ٩ سم، وارتفاعه ١٠ سم. أوجد مساحة سطحه.

(ب) فى الشكل المقابل:

$\overline{أ حـ}$ // $\overline{ء هـ}$، أ حـ = ٣ سم، ب حـ = ٢ سم، ب ء = ٦ سم

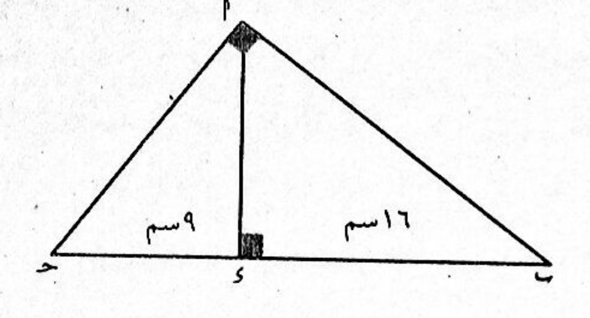
أثبت أن: Δ ب أ حـ ~ Δ ب هـ ء

أوجد طول $\overline{ء هـ}$



السؤال الرابع:

(أ) حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه، حيث أ ب = ١٥ سم، ب جـ = ٩ سم، أ جـ = ١٢ سم.



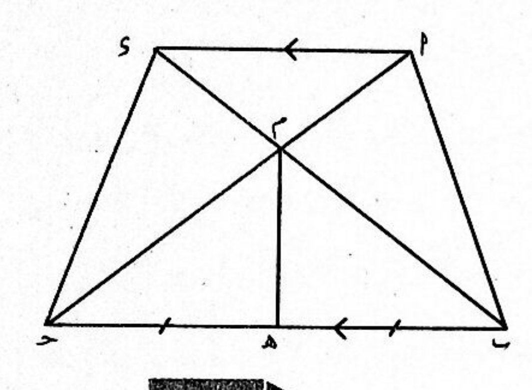
(ب) فى الشكل المقابل:

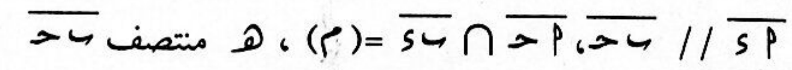
ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°، $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

ب د = ١٦ سم، د جـ = ٩ سم

أوجد طول: $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{أ جـ}}$، $\overline{\text{أ د}}$

السؤال الخامس: فى الشكل المقابل:





$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{أ جـ}} \cap \overline{\text{ب د}}$ = {م} ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

١) أثبت أن مساحة (Δ أ ب م) = مساحة (Δ د جـ م)

٢) أثبت أن مساحة (الشكل أ ب هـ م) = مساحة (الشكل د جـ هـ م)

(٣) محافظة القاهرة - إدارة الخليفة والمقطم

السؤال الأول: أكمل ما يأتى:

(١) حجم متوازى المستطيلات = ... × .... × ....

(٢) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

(٣) معين طولا قطريه ٨ سم، ٦ سم فإن مساحته= ....

(٤) مضلعان متشابهان، النسبة بين ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ تكون النسبة بين محيطيهما ....

(٥) مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودى عليها ....

السؤال الثانى: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) للمكعب .... حرف.

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٠ (هـ) ١٢

(٢) أفضل الوحدات التالية التى يمكن استخدامها لحساب ارتفاع منزل هى ....

(أ) السنتيمتر (ب) الديسيمتر (جـ) المتر (د) الكيلو متر

٦٣

(٣) مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته .... سم^{٢} .

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٦٤

(٤) فى Δ س ص ع إذا كان: (س ص)^{٢} > (ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} فإن زاوية ع تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

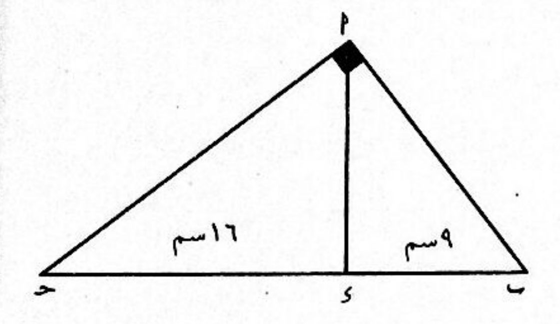
(٥) مثلث أطوال أضلاعه ٥، ١٢، ١٣ من السنتيمترات تكون مساحته .... سم^{٢}.

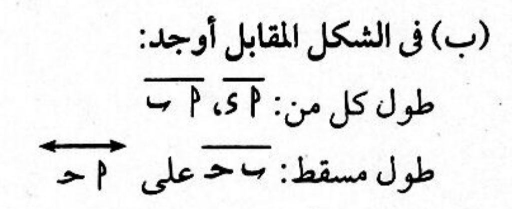
(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٢,٥ (د) ٧٨

السؤال الثالث:

(أ) حدد نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه

إذا كان: أ ب = ٥سم، ب جـ = ٤سم، أ جـ = ٦سم.





(ب) فى الشكل المقابل أوجد:

طول كل من: $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ د}}$

طول مسقط: $\overline{\text{ب جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$

السؤال الرابع:

(أ) أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه: أ ب = ٨ سم، أ جـ = ٢٠ سم، ب د = ١٢ سم.

أثبت أن ق (∠ أ ب د) = ٩٠°

ثم أوجد مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د .

(ب) فى الشكل المقابل:

Δ جـ د هـ ~ Δ جـ ب أ

باستخدام الأطوال الموجودة على الرسم

أوجد طول كل من: $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{د هـ}}$

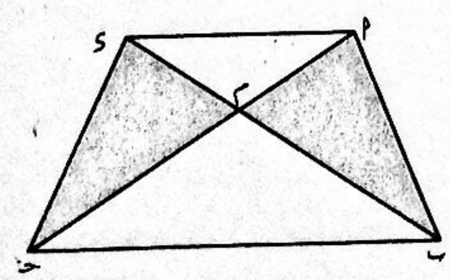
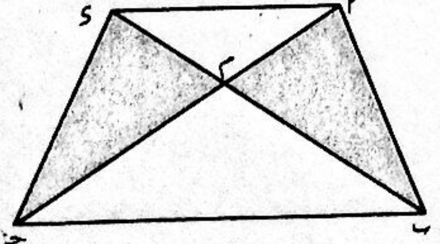
السؤال الخامس:

(أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦، ٨ سم ومساحته ٨٤ سم^{٢} أوجد ارتفاعه:

(ب) فى الشكل المقابل:

Δ أ ب م = مساحة Δ د م جـ

برهن أن: $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$



(٤) محافظة القاهرة - إدارة حلوان التعليمية

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كان ق (∠ ٲ ب حـ) = ٥٤° فإن ق (∠ ٲ ب حـ) المنعكسة = ...

(١) ٤٥°　　(ب) ٩٠°　　(جـ) ٢٧٠°　　(د) ٣٠٦°

(٢) (∠ ٲ) تتمم (∠ ب) و (∠ ب) تكمل (∠ حـ) وكان ق (∠ ٲ) = ٣٠° فإن ق (∠ حـ) = ...°

(١) ٣٠　　(ب) ٦٠　　(جـ) ٩٠　　(د) ١٢٠

(٣) معين طولا قطريه ٦ سم، ٨ سم فإن مساحته = ...

(١) ٤٨ سم^{٢}　　(ب) ٤٨ سم　　(جـ) ٢٤ سم^{٢}　　(د) ١٤سم

(٤) متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٩ سم، ٦ سم وطول ارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته .... سم^{٢}.

(١) ٢٤　　(ب) ١٨　　(جـ) ٣٦　　(د) ١٢

(٥) مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ وتكون النسبة بين محيطيهما = ...

(١) ٥:٢　　(ب) ٣:٥　　(جـ) ٥:٣　　(د) ١:٢

السؤال الثانى: أكمل لتحصل على عبارات صحيحة:

(١) الزاوية التى قياسها ٧٥° تسمى زاوية ....

(٢) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... فى المساحة.

(٣) Δ س ص ع فيه (س ع)^{٢} = (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن ق (∠ ص) = ...°

(٤) إذا كانت م ∋ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فإن مسقط م على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ هو ....

(٥) Δ ٲ ب حـ ~ Δ س ع ص وكان ق (∠ ٲ) = ٤٠° فإن ق (∠ س) = ...

السؤال الثالث:

(١) فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{ٲ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن:

١) مساحة (Δ ٲ م ب) = مساحة (Δ ء م حـ)

٢) مساحة الشكل ٲ ب س م = مساحة الشكل ء حـ س م

(ب) فى الشكل المقابل:

إذا كان $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$

أ ء = ٣ سم، ءهـ = ٥ سم، ب حـ = ١٠ سم

أثبت أن:

١) Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ   ٢) أوجد طول $\overline{أب}$.

السؤال الرابع:

(أ) فى الشكل المقابل:

Δ أ ب حـ فيه $\overline{أء}$ متوسط، هـ ∈ $\overline{أء}$

رسمت $\overline{بهـ}$، $\overline{حـهـ}$

برهن أن: مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ حـ هـ

(ب) حدد نوع الزاوية أ فى Δ أ ب حـ إذا كان أ ب = ١٢ سم، ب حـ = ١٣ سم، أ حـ = ٧ سم

السؤال الخامس:

(أ) فى الشكل المقابل:

ق (∠ أ) = ٩٠°، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

ب ء = ١٦ سم، حـ ء = ٩ سم

أوجد طول كل من: $\overline{أب}$، $\overline{أء}$، $\overline{أحـ}$

(ب) أوجد مساحة شبكة المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين: ٤ سم، ٨ سم، وارتفاعه ٥ سم.

(٥) محافظة القاهرة - إدارة المرج التعليمية

مجاب عنه

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) مربع طول قطره ١٠ سم تكون مساحته = ... سم^2.

(أ) ١٠٠   (ب) ٥٠   (جـ) ٢٠   (د) ١٠

(٢) طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٤ سم، ٦ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تكون مساحته = ... سم^2.

(أ) ٣٠   (ب) ٢٤   (جـ) ١٢   (د) ٢٠

(٣) فى Δ ﺃ ب حـ إذا كان (ب حـ)^٢ < (ﺃ ب)^٢ + (ﺃ حـ)^٢ فإن زاوية ﺃ تكون ....

(ا) منفرجة (ب) قائمة (جـ) حادة (د) منعكسة

(٤) مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٢ فإذا كان محيط الأصغر ٣٠ سم فإن محيط الأكبر= ....

(ا) ٣٠ سم (ب) ٤٥ سم (جـ) ٦٠ سم (د) ٧٥ سم

(٥) القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث .... الضلع الثالث.

(ا) توازى (ب) تساوى طول (جـ) عمودية على (د) تطابق

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(١) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... فى المساحة.

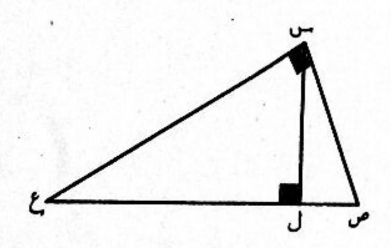
(٢) يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة ....

(٣) أى نقطة تنتمى لمحور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين .... من طرفيهما.

(٤) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين =١ فإن المثلثين ....

(٥) مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة ٦ سم، ٨ سم= ....

السؤال الثالث: (ا) فى الشكل المقابل:



س ص ع مثلث فيه ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

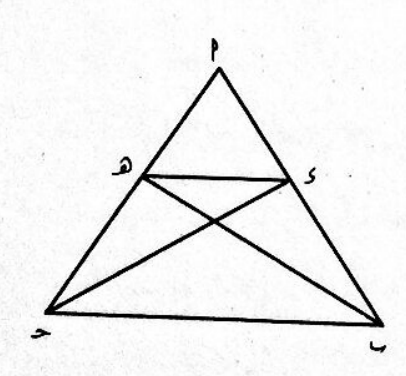
$\overleftarrow{\text{س ل}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$، ل ص = ٩ سم، ل ع = ١٦ سم،

أوجد:

١ - طول كل من $\overline{\text{س ل}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$

٢ - طول مسقط $\overline{\text{ص ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$

(ب) فى الشكل المقابل:



إذا كانت مساحة Δ ﺃ د حـ = مساحة Δ ﺃ هـ ب

فأثبت أن: $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان Δ أ ب حـ فيه أ ب = ٧سم، ب حـ = ٣ سم، أ حـ = ٥ سم حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه.

(ب) فى الشكل المقابل:

س ص // ل هـ، س هـ ∩ ص ل = {ع}

س ص = ٦سم، س ع = ٢سم، ع هـ = ٣سم،

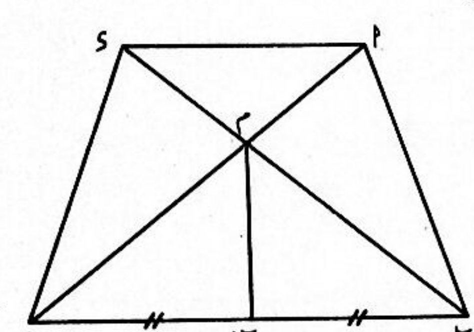
أثبت أن: ١ - Δ س ص ع ~ Δ هـ ل ع

٢ - أوجد طول هـ ل

السؤال الخامس:

(أ) أكمل ما يأتى: شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم، ٨ سم،

ارتفاعه ١٢ سم فإن مساحته = ... سم^2



(ب) فى الشكل المقابل: أ د // ب حـ

أ حـ ∩ ب د = {م}، س منتصف ب حـ

أثبت أن: مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د حـ س م

(٦) محافظة الجيزة - إدارة العمرانية التعليمية

السؤال الأول: أكمل ما يأتى:

(أ) مساحة سطح المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور بين مستقيمين متوازيين.

(ب) المضلعان المشابهان لثالث ....

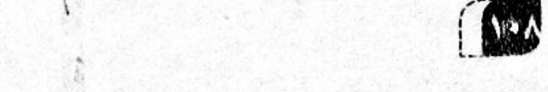
(جـ) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

(د) فى المثلث أ ب حـ إذا كان (أ ب)^2 = (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2، فإن ق (∠ ....) = ٩٠°

(هـ) مضلعان متشابهان، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٤ : ٩ فإن النسبة بين محيطيهما ....

السؤال الثانى: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(أ) مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧سم، ٥سم وارتفاعه الأصغر ٤سم تساوى .... سم^2.



(أ) ٢٠ (ب) ٢٨ (جـ) ٣٥ (د) ٥٦



(٢) Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و إذا كان ق (∠ ب) + ق (∠ حـ) = ٧٠° فإن ق (∠ ء) = ...°

(أ) ٧٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١١٠° (د) ١٨٠°

(٣) طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

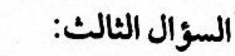
(أ) ≥ (ب) > (جـ) ≤ (د) =

(٤) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٨ سم، ١٢ سم = ... سم².

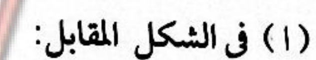
(أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

(٥) مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته .... سم².

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠



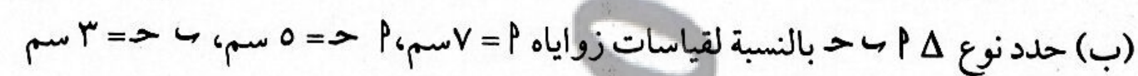
السؤال الثالث:



(أ) فى الشكل المقابل:

$\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$، أ ب = ٥ سم، ب حـ = ٦ سم، أ ء = ٣ سم

١- برهن أن Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ ٢- أوجد طول $\overline{ءهـ}$.



(ب) حدد نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه أ ب = ٧ سم، أ حـ = ٥ سم، ب حـ = ٣ سم

السؤال الرابع:

(أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم، ٩ سم وارتفاعه ١٠ سم، أوجد مساحته.



(ب) فى الشكل المقابل: $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

س منتصف $\overline{بحـ}$

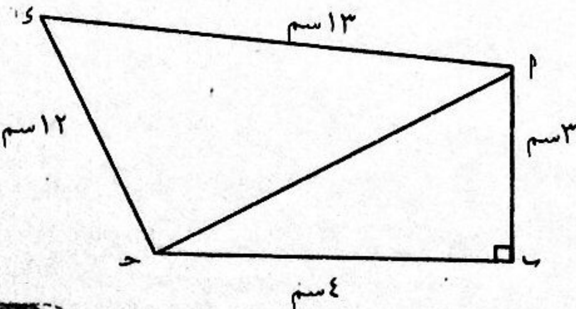
أثبت أن: مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء حـ س م



السؤال الخامس:

(أ) **أكمل:** المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

(ب) فى الشكل المقابل:



ق (∠ ب) = ٩٠°، أ ب = ٣ سم

ب حـ = ٤ سم، أ ء = ١٣ سم،

برهن أن: ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°





(٧) محافظة الجيزة - إدارة جنوب الجيزة التعليمية

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: أكمل ما يأتى:

(أ) مساحة Δ القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم، ٨ سم= ....

(ب) من الشكل المقابل: س + ص= ....°

(جـ) المضلعان المشابهان لثالث..........

(د) طول ضلع المربع الذى مساحته تساوى مساحة مستطيل بعداه ٩ سم، ١٦سم= ....

(هـ) فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^2 < (ب حـ)^2+(أ حـ)^2 فإن ق (∠ ....) < ٩٠°

السؤال الثانى: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... فإن المثلثين متطابقان.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٢٥

(٢) الوحدة المستخدمة لقياس مساحة ملعب كرة قدم هى ....

(أ) سم^2 (ب) سم^3 (جـ) م^2 (د) م^3

(٣) إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم.

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ∈ (د) ⊂

(٤) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(أ) متطابقين (ب) متساويين فى المساحة (جـ) متساويى الساقين (د) قائمى الزاوية

(٥) الشكل المقابل سداسى منتظم ق (∠ س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٥°

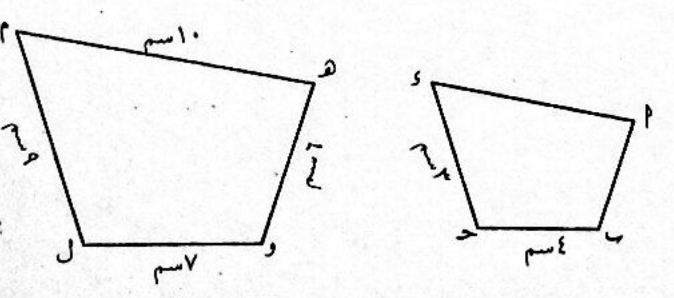
السؤال الثالث:

(أ) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢:٣ أوجد طول كل منهما. وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم فأوجد مساحته.

(ب) من بيانات الشكل المقابل:

المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع هـ و ل م

أوجد طول كل من: $\overline{أ ب}$، $\overline{ب حـ}$، $\overline{أ ء}$



السؤال الرابع:

(أ) من بيانات الشكل المقابل:

أوجد طول $\overline{ب ح}$

(ب) فى الشكل المقابل:

$\overline{أ ء}$ متوسط فى Δ أ ب ح، هـ منتصف $\overline{أ ء}$

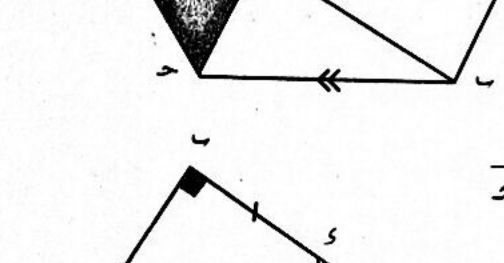
أثبت أن مساحة (Δ هـ ب ء) = $\frac{1}{4}$ مساحة (Δ أ ب ح)

السؤال الخامس:

(أ) فى الشكل المقابل: أ ب ح ء متوازى أضلاع

هـ ∈ $\overline{أ ء}$، $\overline{هـ ب}$ ∩ $\overline{ح ء}$ = {و}

برهن أن مساحة (Δ أ و ء) = مساحة (Δ هـ و ح)



(ب) فى الشكل المقابل:

أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب، ء منتصف $\overline{أ ب}$، $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{أ ح}$

أ ب = ٨سم، ب ح = ٦سم أوجد طول $\overline{ء هـ}$

(٨) محافظة الجيزة - إدارة شمال الجيزة التعليمية

مجاب عنه

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) فى المثلث أ ب ح إذا كان: $(أ ب)^2 > (ب ح)^2 + (أ ح)^2$ فإن ∠ ح تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

(٢) مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^2 = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

(٣) زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

(أ) متطابقتان (ب) متتامتان (جـ) متكاملتان (د) متبادلتان

(٤) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين=١ فإن المثلثين ....

(أ) متطابقان (ب) مختلفان (جـ) قائمان (د) غير ذلك

(٥) مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسم= ....

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(١) فى المثلث أ ب حـ إذا كان: (أ حـ)^{٢} + (حـ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} فإن ق (∠..........)= ٩٠°

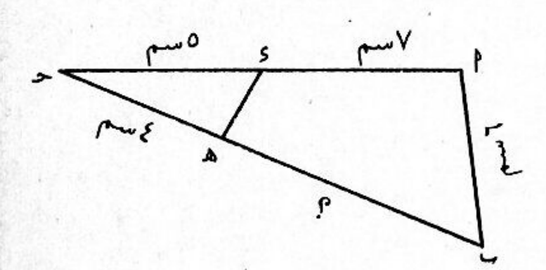
(٢) معين مساحته ٢٤ سم^{٢} وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوى .... سم.

(٣) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

(٤) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....

(٥) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى ....

السؤال الثالث:



(أ) فى الشكل المقابل: المثلث حـ ء هـ ~ المثلث حـ ب أ

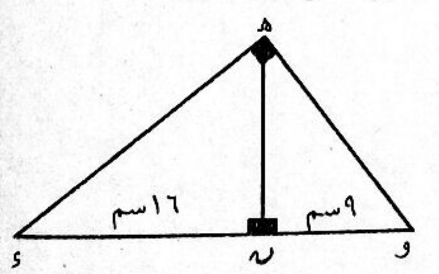
باستخدام الأطوال الموجودة على الرسم

أوجد طول كل من: $\overline{\text{ب هـ}}$، $\overline{\text{ء هـ}}$

(ب) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣ **أوجد** طول كل منهما، وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم **فأوجد** مساحته.

السؤال الرابع:

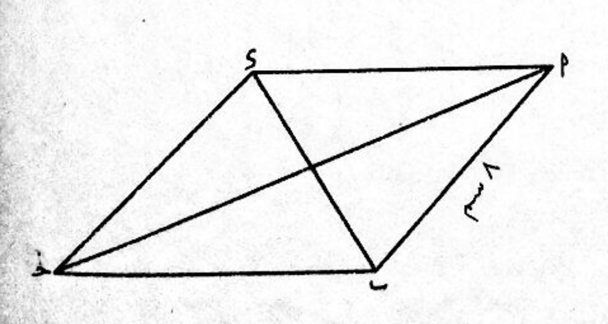
(أ) معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^{٢} **فأوجد** طول كل من قطريه.



(ب) فى الشكل المقابل: ء هـ و مثلث قائم الزاوية فى هـ، $\overline{\text{هـ ن}}$ ⊥ $\overline{\text{ء و}}$

ء ن= ١٦ سم، و ن= ٩ سم. **أوجد** طول $\overline{\text{هـ ن}}$

السؤال الخامس:



أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب =٨سم،

أ حـ = ٢٠ سم، ب ء= ١٢سم،

أثبت أن ق(∠ أ ب ء)= ٩٠°

ثم أوجد مساحة متوازى الأضلاع.

(٩) محافظة الجيزة - إدارة أوسيم التعليمية

مجاب عنه

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

(١) معين طولا قطريه ١٢ سم، ٩ سم تكون مساحته= .... سم^2.

(أ) ١٨ (ب) ٤٥ (جـ) ٥٤ (د) ١٠٨

(٢) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين =١ فإن المثلثين ....

(أ) متطابقان (ب) مختلفان (جـ) قائمان (د) منطبقان

(٣) مربع مساحته ١٨ سم^2 فإن طول قطره = ... سم.

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٩

(٤) طولا ضلعين متجاورين فى متوازى الأضلاع ٦ سم، ٧سم وارتفاعه الأكبر ٥سم تكون مساحته= .... سم^2.

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

(٥) فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ ب)^2= (ب حـ)^2- (أ حـ)^2 فإن، ق ($\angle$ ....) = ٩٠°

(أ) ب (ب) أ (جـ) حـ (د) غير ذلك

السؤال الثانى: أكمل ما يأتى:

(١) إذا كان Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع فإن ق ($\angle$ ب) = ق ($\angle$ ....)

(٢) سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيان أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

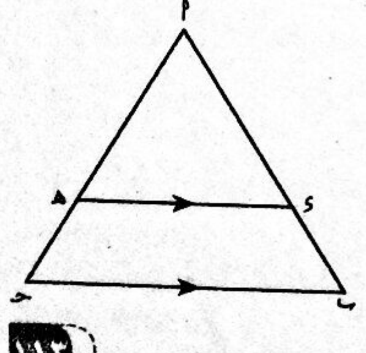
(٣) شبه منحرف قاعدته المتوسطة ٥سم، وارتفاعه ٨سم تكون مساحته ....

(٤) متوازى الأضلاع أ ب حـ ء مساحة سطحه ٣٠ سم^2 فإن مساحة سطح Δ أ ب حـ= .... سم^2

(٥) إذا كان مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ هو النقطة ب فإن $\overline{\text{أ ب}}$ .... $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

السؤال الثالث:

(أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم احسب مساحته.



(ب) فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$، أ ب = ٥سم، ب حـ= ٦ سم، أ ء =٣سم

برهن أن: Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ

ثم أوجد طول $\overline{\text{ء هـ}}$.

السؤال الرابع:

(أ) حدد نوع المثلث ؟ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان ؟ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٤ سم، ؟ حـ = ٦ سم.

(ب) فى الشكل المقابل:

؟ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب، $\overline{بء} \perp \overline{؟حـ}$

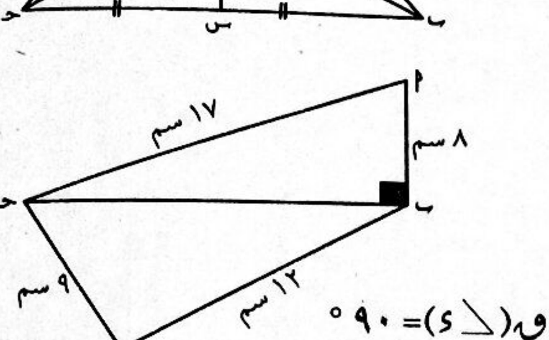
؟ ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم، أوجد طول $\overline{؟ب}$، $\overline{بء}$

السؤال الخامس:

(أ) ؟ س متوسط فى Δ ؟ ب حـ، ص ∈ ؟ س رسم

ب ص، حـ ص أثبت أن مساحة Δ ؟ ب ص = م Δ ؟ حـ ص

(ب) فى الشكل المقابل



؟ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

؟ ب = ٨ سم، ؟ حـ = ١٧ سم،

ب ء = ١٢ سم، حـ ء = ٩ سم

١) أوجد طول ب حـ ٢) أثبت أن ق(∠ ء) = ٩٠°

(١٠) محافظة الإسكندرية - إدارة العجمى التعليمية

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين:

(١) مساحة معين طولا قطريه ٤ سم، ٦ سم = ... سم^{٢}.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

(٢) عدد أقطار الشكل السداسى = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

(٣) المثلثان المتشابهان ينطبقان إذا كانت نسبة التكبير = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٤) طول مسقط قطعة على مستقيم معلوم .... طول القطعة.

(أ) ≤ (ب) < (جـ) > (د) ≥

(٥) الزاوية الحادة تكمل زاوية ....

(ا) صفرية (ب) حادة (جـ) قائمة (د) منفرجة

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

(١) مربع مساحة سطحه = ٥٠ سم^{2} فإن طول قطره = ... سم.

(٢) المتوسط فى Δ يقسم سطحه إلى Δ Δ ....

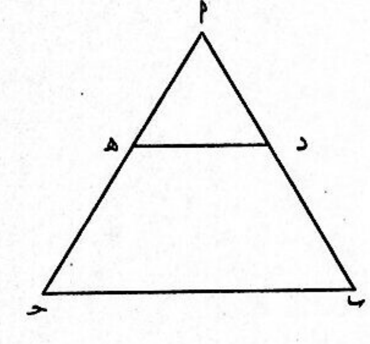
(٣) يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

(٤) Δ ا ب حـ يشابه Δ س ص ع فإن (∠ ب) = ق (∠ ....)

(٥) Δ ا ب حـ فيه ا ب > ا حـ فإن (∠ ....) > ق (∠ ....)

السؤال الثالث:

(ا) أوجد مساحة شبه منحرف طولا قاعدتيه ٤ سم، ٦ سم، طول ارتفاعه ١٠ سم.



(ب) فى الشكل المقابل:

Δ ا د هـ ~ Δ ا ب حـ،

ا د = ٢ سم، د ب = ٤ سم، ب حـ = ٩ سم،

احسب طول $\overline{\text{د هـ}}$

السؤال الرابع:

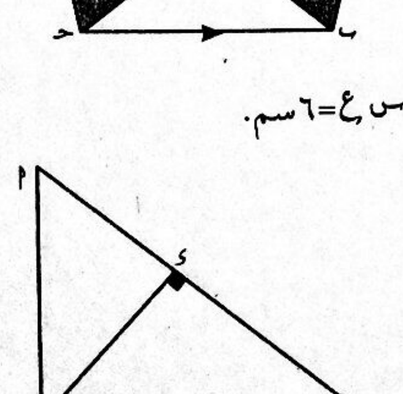
(ا) أكمل المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة ورأساهما يقعان على مستقيم يوازى القاعدة يكونان ....

ب) فى الشكل المقابل: $\overline{\text{ا د}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن: مساحة Δ ا ب هـ = مساحة Δ د حـ هـ

السؤال الخامس:

(ا) حدد نوع Δ س ص ع بالنسبة لزواياه حيث س ص = ٣ سم، ص ع = ٥ سم، س ع = ٦ سم.



(ب) فى الشكل المقابل:

Δ ا ب حـ قائم فى ب، $\overline{\text{ب د}}$ ⊥ $\overline{\text{ا حـ}}$

ا د = ٩ سم ، د حـ = ١٦ سم،

أوجد طول كل من $\overline{\text{ا ب}}$، $\overline{\text{د ب}}$